

Математическое моделирование эквивалентной демпферной обмотки явнополюсной синхронной машины

АФАНАСЬЕВ А.А., НУДЕЛЬМАН Г.С.

Рассматривается методика определения параметров эквивалентной демпферной обмотки при скольжении ротора. Методика основана на использовании электромагнитных параметров всех физических элементов реальной демпферной обмотки с учётом эффектов вытеснения тока. Она может использоваться при анализе пусковых режимов синхронных двигателей с адаптацией вычисляемых параметров к непрерывному изменению скольжения. Предлагается также определять адекватные параметры эквивалентной демпферной обмотки для исследования переходных процессов с синхронным движением ротора. Для этого используется математическая модель синхронной машины с распределённой (реальной) демпферной обмоткой. Показано, что синхронный генератор с эквивалентной демпферной обмоткой и генератор с распределённой демпферной обмоткой имеют при трёхфазном коротком замыкании с холостого хода практически одинаковые осциллограммы. Осциллограммы аналогичного процесса с эквивалентной демпферной обмоткой, рассчитанной для асинхронного режима, имеют заниженные начальные значения амплитуды токов обмоток и электромагнитного момента.

К л ю ч е в ы е с л о в а: синхронная явнополюсная машина, демпферная обмотка, электромагнитные параметры, методы расчёта, токи и электромагнитный момент, симметричное короткое замыкание

В практике математического моделирования синхронных машин (СМ) и электрических систем с СМ обычно демпферная обмотка СМ представляется двумя эквивалентными диаметрально расположенными контурами с магнитными осями d и q [1–3]. Реальная демпферная обмотка имеет на одном полюсе достаточно много независимых контуров. В мощных машинах, например саяно-шугенском генераторе, их число достигает десяти.

В установившемся режиме демпферная обмотка загружена сравнительно небольшими токами от высших гармоник магнитного поля и практически не участвует в создании электромагнитного момента, но в переходном процессе её роль велика, поэтому параметры двух эквивалентных контуров этой обмотки должны быть достаточно корректными.

Следует различать два вида наиболее распространённых переходных процессов.

Первый вид связан с несинхронным движением ротора: пуск в ход синхронных двигателей, выпадение синхронного генератора из синхронизма. В этих электромеханических процессах наблюдается перемещение магнитного поля по поверхности ротора.

В кратковременных электромагнитных переходных процессах второго вида (внезапные короткие замыкания на выводах и внутри обмотки статора, форсировочное изменение тока возбуждения) ротор движется в синхронном режиме. Магнитное поле практически не перемещается относительно

поверхности ротора. Между обмотками преобладают трансформаторные связи.

Очевидно, расчёт параметров демпферной обмотки должен учитывать названные выше особенности переходных процессов.

Расчёт параметров эквивалентной демпферной обмотки применительно к несинхронному движению ротора. Представление синхронной машины электромагнитными схемами, в которых демпферной обмотке соответствуют два эквивалентных контура по осям d и q , в ряде случаев оказывается недостаточно точным или совершенно неприемлемым. Так, расчёт потерь и нагрева ротора при асинхронном ходе в синхронном режиме с наличием высших гармонических в кривых напряжения питания обмоток статора и возбуждения требует рассмотрения реальных электрических контуров ротора с учётом в них эффекта вытеснения тока.

Нестандартное расположение стержней демпферной обмотки, неоднородность их материала или нарушение целостности некоторых из них также вызывают необходимость определения действительного токораспределения в контурах ротора. Расчёт этого токораспределения можно провести при нахождении токов контуров успокоительной обмотки, симметричных относительно осей d и q (рис. 1).

Действительные токи стержней и короткозамыкающих перемычек могут быть найдены суммированием контурных токов.

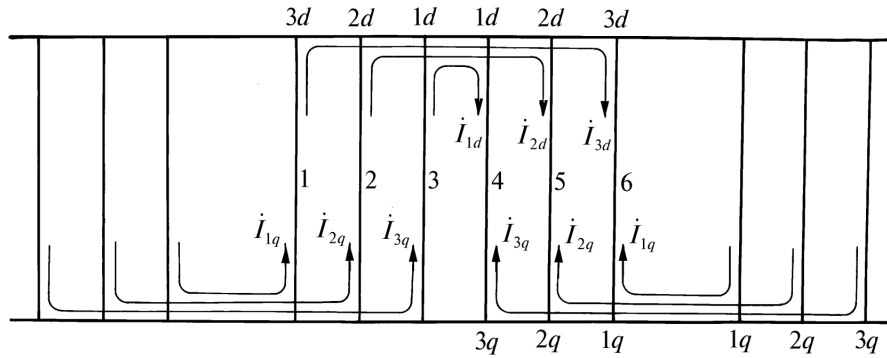


Рис. 1. К расчету токораспределения в элементах демпферной обмотки

Для потокосцеплений контуров демпферной обмотки по оси d (при выключенной обмотке возбуждения) запишем выражения:

$$\begin{cases} \psi_{1d} = L_{ad}i_d + L_{11d}i_{1d} + L_{12d}i_{2d} + \dots + L_{1nd}i_{nd}; \\ \dots \\ \psi_{nd} = L_{and}i_d + L_{n1d}i_{1d} + L_{n2d}i_{2d} + \dots + L_{nnd}i_{nd}. \end{cases} \quad (1)$$

Уравнения для напряжений n контуров демпферной обмотки

$$\begin{cases} 0 = p\psi_{1d} + r_{11d}i_{1d} + r_{12d}i_{2d} + \dots + r_{1nd}i_{nd}; \\ \dots \\ 0 = p\psi_{nd} + r_{ndd}i_d + r_{n2d}i_{2d} + \dots + r_{nnd}i_{nd} \end{cases} \quad (2)$$

можно записать в развернутой форме [4] с учетом того, что по физическим соображениям

$$L_{iid} = L_{\delta iid} + L_{ciid} + L_{liid}, \quad i=1,2,\dots,n; \quad (3)$$

$$L_{ikd} = L_{\delta iid} + L_{liid}, \quad i < k; \quad (4)$$

$$r_{iid} = r_{ciid} + r_{liid}, \quad r_{ikd} = r_{liid}, \quad i < k, \quad (5)$$

где L_{iid} – полная собственная индуктивность i -го контура демпферной обмотки; $L_{\delta iid}$, L_{ciid} , L_{liid} – ее составляющие, обусловленные соответственно: магнитным полем, пересекающим воздушный зазор; магнитным полем рассеяния обоих стержней i -го контура; магнитным полем, сцепленным с обеими лобовыми частями i -контура; r_{iid} – актив-

ное сопротивление i -го контура демпферной обмотки; r_{ciid} , r_{liid} – составляющие i -го контура, обусловленные соответственно сопротивлением двух стержней и двух лобовых перемычек.

В результате из (1) и (2) для $n=5$ (рис. 2) получим:

$$0 = pL_{a1d} + (pL_{c11d} + r_{c11d})i_{1d} + [p(L_{\delta 11d} + L_{л11d}) + r_{л11d}](i_{1d} + i_{2d} + \dots + i_{5d}); \quad (6)$$

$$0 = pL_{a2d} + (pL_{c22d} + r_{c22d})i_{2d} + [p(L_{\delta 11d} + L_{л11d}) + r_{л11d}](i_{1d} + i_{2d} + \dots + i_{5d}) + \{p(L_{\delta 22d} - L_{\delta 11d}) + (L_{л22d} - L_{л11d})\} + (r_{л22d} - r_{л11d})(i_{2d} + i_{3d} + \dots + i_{5d}); \quad (7)$$

$$0 = pL_{a3d} + (pL_{c33d} + r_{c33d})i_{3d} + [p(L_{\delta 11d} + L_{л11d}) + r_{л11d}](i_{1d} + i_{2d} + \dots + i_{5d}) + \{p(L_{\delta 22d} - L_{\delta 11d}) + (L_{л22d} - L_{л11d})\} + (r_{л22d} - r_{л11d})(i_{2d} + i_{3d} + \dots + i_{nd}) + \{p(L_{\delta 33d} - L_{\delta 22d}) + (L_{л33d} - L_{л22d})\} + (r_{л33d} - r_{л22d})(i_{3d} + i_{4d} + \dots + i_{nd}); \quad (8)$$

$$0 = pL_{a4d} + (pL_{c44d} + r_{c44d})i_{4d} + [p(L_{\delta 11d} + L_{л11d}) + r_{л11d}](i_{1d} + i_{2d} + \dots + i_{5d}) + \{p(L_{\delta 22d} - L_{\delta 11d}) + (L_{л22d} - L_{л11d})\} + (r_{л22d} - r_{л11d})(i_{2d} + i_{3d} + \dots + i_{5d}) + \{p(L_{\delta 33d} - L_{\delta 22d}) + (L_{л33d} - L_{л22d})\} + (r_{л33d} - r_{л22d})(i_{3d} + i_{4d} + i_{5d}) + \{p(L_{\delta 44d} - L_{\delta 33d}) +$$

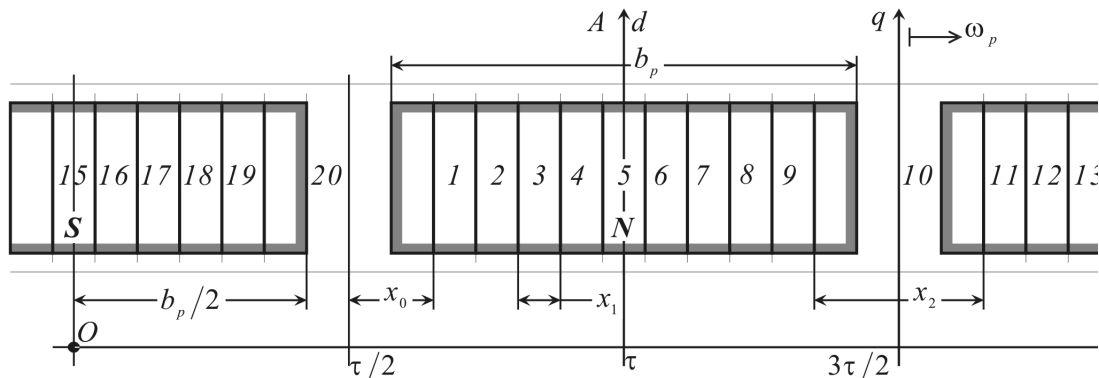


Рис. 2. Демпферная обмотка с 10 стержнями на каждом полюсе ротора

$$\begin{aligned}
& +(L_{л44d} - L_{л33d}) + (r_{л44d} - r_{л33d})\{i_{4d} + i_{5d}\}; \quad (9) \\
0 = & pL_{a5d} + (pL_{c55d} + r_{c55d})i_{5d} + [p(L_{\delta11d} + L_{л11d}) + \\
& + r_{л11d}]i_{1d} + i_{2d} + \dots + i_{5d} + \{p[(L_{\delta22d} - L_{\delta11d}) + \\
& + (L_{л22d} - L_{л11d})] + (r_{л22d} - r_{л11d})\}i_{2d} + i_{3d} + \dots + i_{5d} + \\
& + \{p[(L_{\delta33d} - L_{\delta22d}) + (L_{л33d} - L_{л22d})] + (r_{л33d} - \\
& - r_{л22d})\}i_{3d} + i_{4d} + i_{5d} + \{p[(L_{\delta44d} - L_{\delta33d}) + \\
& + (L_{л44d} - L_{л33d})] + (r_{л44d} - r_{л33d})\}i_{4d} + i_{5d} + \\
& + \{p[(L_{\delta55d} - L_{\delta44d}) + (L_{л55d} - L_{л44d})] + (r_{л55d} - \\
& - r_{л44d})\}i_{5d}. \quad (10)
\end{aligned}$$

Из системы уравнений (6)–(10), приняв $p = j\omega s$, находим комплексы контурных токов \dot{I}_{kd} ($k=1,2,\dots,5$) в функции продольного тока статора I_d для фиксированного скольжения ротора s :

$$\begin{aligned}
\dot{I}_{kd} &= \dot{\alpha}_{kd} I_d; \quad I_{kd} = \beta_{kd} I_d; \\
i_{kd}(t) &= I_{kd} \cos(\omega t + \gamma_{kd}), \quad (11)
\end{aligned}$$

где $\beta_{kd} = |\dot{\alpha}_{kd}|$, $\dot{\alpha}_{kd} = \beta_{kd} e^{j\gamma_{kd}}$.

Коэффициенты $\dot{\alpha}_{kd}$ для скольжения $s = -0,1$ применительно к саяно-шуненскому генератору будут равны:

$$\begin{aligned}
\dot{\alpha}_{1d} &= -0,019 + j1,21 \cdot 10^{-3}; \\
\dot{\alpha}_{2d} &= -0,023 - j1,323 \cdot 10^{-3}; \\
\dot{\alpha}_{3d} &= -5,326 \cdot 10^{-3} - j2,486 \cdot 10^{-3}; \\
\dot{\alpha}_{4d} &= -0,095 - j0,016; \quad \dot{\alpha}_{5d} = -0,908 + j0,02.
\end{aligned}$$

Аналогичные коэффициенты по оси q равны:

$$\begin{aligned}
\dot{\alpha}_{1q} &= 0,027 - j7,748 \cdot 10^{-4}; \\
\dot{\alpha}_{2q} &= 2,48 \cdot 10^{-3} - j3,125 \cdot 10^{-4}; \\
\dot{\alpha}_{3q} &= -0,014 - j4,845 \cdot 10^{-3}; \\
\dot{\alpha}_{4q} &= -0,136 - j0,021; \quad \dot{\alpha}_{5q} = -0,868 + j0,027.
\end{aligned}$$

Индуктивность рассеяния. Эквивалентные индуктивности рассеяния соответственно пазовой $L_{\sigma D}^c$ и лобовой $L_{\sigma D}^л$ частей демпферной обмотки по оси d могут быть найдены через энергию магнитного поля рассеяния:

$$\frac{1}{2} I_D^2 L_{\sigma D}^c = \frac{1}{2} p^2 \sum_{k=1}^5 L_{\sigma ck} I_{kd}^2 = 2p I_d^2 \sum_{k=1}^5 L_{\sigma ck} \beta_{kd}^2; \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} I_D^2 L_{\sigma D}^л &= \frac{1}{2} 2p^2 \sum_{k=1}^5 (L_{лk} - L_{л(k-1)}) I_{kd}^2 = \\
&= 2p I_d^2 \sum_{k=1}^5 (L_{лk} - L_{л(k-1)}) \beta_{kd}^2, \quad (13)
\end{aligned}$$

где I_D – амплитудное значение тока эквивалентной одновитковой демпферной обмотки по оси d , имеющей диаметральный шаг.

Поскольку МДС этой эквивалентной обмотки равна сумме МДС рассматриваемых реальных контуров по оси d , то

$$I_D = I_d |\beta_d|; \quad \beta_d = \sum_{k=1}^5 \dot{\alpha}_{kd} \sin \theta_1 (2k-1), \quad (13a)$$

где $\theta_1 = \frac{\pi}{\tau} t - 2$ – угловой шаг первого контура по оси d , равный угловому сдвигу двух соседних стержней демпферной обмотки.

Из формул (12), (13) и (13a) находим индуктивность рассеяния $L_{\sigma D}$ демпферной обмотки по оси d :

$$L_{\sigma D} = L_{\sigma D}^c + L_{\sigma D}^л = \frac{4p \sum_{k=1}^5 [L_{\sigma ck} + (L_{лk} - L_{л(k-1)})] \beta_{kd}^2}{|\beta_d|^2}. \quad (14)$$

Активные сопротивления эквивалентных обмоток вычисляются на основе баланса потерь мощности в стержнях и короткозамыкающих кольцах демпферной обмотки. Для активного сопротивления эквивалентной обмотки по оси d

$$r_D = r_D^c + r_D^л = \frac{4p \sum_{k=1}^5 [r_{ck} + (r_{лk} - r_{л(k-1)})] \beta_{kd}^2}{|\beta_d|^2}. \quad (15)$$

Используя контурные токи демпферной обмотки по оси q , можно с помощью формул, аналогичных (14) и (15), найти параметры эквивалентной демпферной обмотки Q : для скольжения $s = -0,1$ $L_{\sigma D} = 1,222 \cdot 10^{-3}$ Гн; $L_{\sigma Q} = 1,13 \cdot 10^{-3}$ Гн; $r_D = 0,012$ Ом; $r_Q = 0,011$ Ом.

Расчёт параметров эквивалентной демпферной обмотки применительно к переходным процессам с синхронным движением ротора. Внезапное короткое замыкание. Математическое моделирование синхронной машины с распределённой демпферной обмоткой¹ позволяет при внезапном трёхфазном коротком замыкании на выводах обмотки статора получить кривые изменения токов в обмотках статора (рис. 3) и ротора, в частности, в элементарных контурах демпферной обмотки (рис. 4), имеющих ширину, равную шагу зубцов демпферной обмотки.

Токи в стержнях (рис. 5) находятся по вычисленным токам в элементарных контурах. В соот-

¹ Дифференциальные уравнения синхронной машины с распределённой демпферной обмоткой представлены в Приложении.

ветствии с рис. 2 имеем, например, для токов первого и второго стержней:

$$i_{c1} = (i_1 + i_{10}), \quad i_{c2} = i_2 - i_1,$$

где i_1, i_2, i_{10} – токи первого, второго и десятого контуров соответственно.

Вычислим потокосцепления фаз обмотки статора, вызванные токами контуров демпферной обмотки, и их проекции на оси d и q :

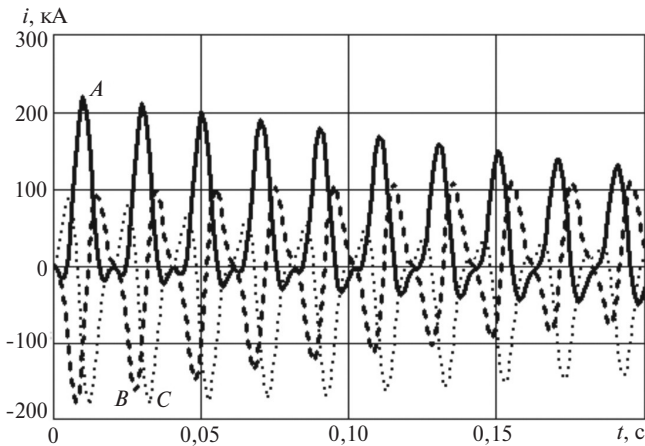


Рис. 3. Фазные токи внезапного трёхфазного короткого замыкания с холостого хода при $I_{f0} = 1500$ А

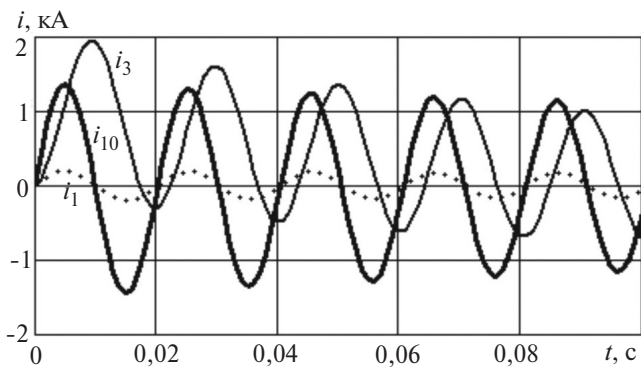


Рис. 4. Ток первого, третьего и десятого элементарных контуров демпферной обмотки при внезапном трёхфазном коротком замыкании

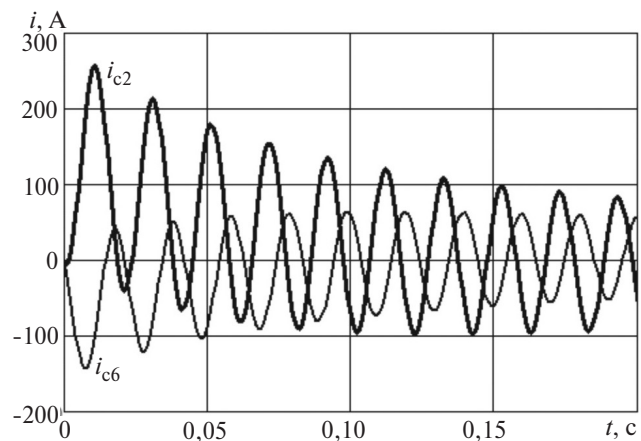


Рис. 5. Ток второго и шестого стержней демпферной обмотки при внезапном трёхфазном коротком замыкании

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\Psi}_A &= L_{Ak \max} \sum_{n=1}^9 i_n \cos[\omega t + \alpha x_1 (5-n)] + \\ &+ L_{A10 \max} i_{10} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right); \\ \tilde{\Psi}_B &= L_{Ak \max} \sum_{n=1}^9 i_n \cos\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha x_1 (5-n)\right] + \\ &+ L_{A10 \max} i_{10} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right); \\ \tilde{\Psi}_C &= L_{Ak \max} \sum_{n=1}^9 i_n \cos\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} + \alpha x_1 (5-n)\right] + \\ &+ L_{A10 \max} i_{10} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right); \end{aligned} \right\} (16)$$

$$\tilde{\Psi}_d = \frac{2}{3} \left[\tilde{\Psi}_A \cos \omega t + \tilde{\Psi}_B \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \tilde{\Psi}_C \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] = L_{AD} i_D; \quad (17)$$

$$\tilde{\Psi}_q = -\frac{2}{3} \left[\tilde{\Psi}_A \sin \omega t + \tilde{\Psi}_B \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \tilde{\Psi}_C \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] = L_{AQ} i_Q; \quad (18)$$

где $L_{Ak \max}, L_{A10 \max}$ – амплитудные значения индуктивности взаимоиндукции между фазой A обмотки статора и соответственно элементарными контурами и 10-м контуром демпферной обмотки; $\alpha = \pi/\tau; x_1$ – ширина элементарного контура (рис. 1); L_{AD}, L_{AQ} – амплитудные значения индуктивности взаимоиндукции между обмоткой фазы A статора и диаметрально противоположными контурами² демпферной обмотки с осями симметрии соответственно d и q .

Из формул (17), (18) можем найти мгновенные i_D, i_Q и действующие значения I_D, I_Q токов в эквивалентных обмотках ротора D и Q :

$$\left. \begin{aligned} i_D &= \tilde{\Psi}_d / L_{AD}; \quad I_D = \sqrt{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} i_D^2 dt}; \\ i_Q &= \tilde{\Psi}_q / L_{AQ}; \quad I_Q = \sqrt{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} i_Q^2 dt}. \end{aligned} \right\} (19)$$

При известных токах в стержнях демпферной обмотки определяются мощности, выделяемые в активных сопротивлениях и в индуктивностях рассеяния стержней демпферной обмотки:

² Согласно [5] число витков в эквивалентных диаметральных контурах демпферной обмотки по осям d и q может выбираться произвольно.

$$P_c = r_c \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \sum_{k=1}^{10} i_{ck}^2; \quad Q_c = L_{\sigma c} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \sum_{k=1}^{10} i_{ck}^2. \quad (20)$$

Искомые параметры эквивалентной демпферной обмотки:

$$r_{D(Q)} = P_c / I_{D(Q)}^2; \quad L_{\sigma D(Q)} = Q_c / I_{D(Q)}^2. \quad (21)$$

Применительно к рассматриваемому синхронному генератору из формул (20) и (21) при $T_1 = 1$ с:

$$r_D = 1,156 \text{ Ом}; \quad r_Q = 0,789 \text{ Ом}; \quad L_{\sigma D} = 0,069 \text{ Гн}; \\ L_{\sigma Q} = 0,047 \text{ Гн}. \quad (22)$$

При сравнении этих данных с предыдущими результатами по формулам (14), (15) видно, что они имеют существенные различия.

Затухание постоянного тока в обмотке статора при неподвижном роторе. Наряду с традиционными методами определения параметров синхронной машины в практике испытаний находит применение и метод [4], когда осуществляется трансформаторная связь обмотки статора с обмотками ротора для двух его положений (продольное и поперечное) к магнитной оси затухающего магнитного потока.

Рассматриваемый метод позволяет, во-первых, выявить нелинейные частотные свойства всех явных и неявных контуров ротора в собственных полях рассеяния, во-вторых, получить адекватную электрическую схему замещения этих контуров в виде набора элементарных ветвей с линейными (частотно-независимыми) параметрами [6].

Математическая модель рассматриваемого синхронного генератора при закороченной обмотке статора, неподвижном роторе, продольная ось которого совпадает с магнитной осью фазы A статора, и следующих начальных значениях токов обмоток $i_A = 3I_N; i_B = 0; i_C = -i_A; i_f = I_{f0}$ позволила на основе формул (20) и (21) при $T_1 = 1$ с, определить значения:

$$r_D = 1,034 \text{ Ом}; \quad r_Q = 0,126 \text{ Ом}; \quad L_{\sigma D} = 0,062 \text{ Гн}; \\ L_{\sigma Q} = 7,556 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

Видим, что параметры по оси d достаточно близки к предыдущим значениям (22).

Сравнение внезапного трёхфазного короткого замыкания с распределённой и эквивалентной демпферной обмоткой. По известным дифференциальным уравнениям синхронной машины с эквивалентной демпферной обмоткой на рис. 8–11 построены кривые токов обмоток и электромагнитного момента генератора при внезапном трёхфазном коротком замыкании с режима холостого хода при $I_{f0} = 1500$ А. При этом были задействованы указанные выше значения параметров из формул (14) и

(15) для эквивалентной демпферной обмотки, найденные на основе подходов для несинхронного движения ротора.

Сравнивая кривые рис. 3, рис. 6 и 7, полученные по дифференциальным уравнениям (П-1)–(П-5), (П-8) для синхронной машины с распределённой демпферной обмоткой, с аналогичными кривыми рис. 8–11, видим, что кривые с эквивалентной демпферной обмоткой дают заниженные значения максимальных (начальных) выбросов: тока статора в 1,25, тока возбуждения в 1,5, электромагнитного момента в 1,2 раза.

Если эквивалентная демпферная обмотка будет представлена значениями параметров из (22), полученными из анализа изменений токов в стержнях демпферной обмотки при внезапном трёхфазном коротком замыкании обмотки статора, то кривые токов короткого замыкания практически не будут отличаться от соответствующих кривых машины с распределённой демпферной обмоткой: максимальные выбросы тока статора 214 вместо 220 кА, тока возбуждения 26,2 вместо 26,9 кА.

Следует отметить различие форм изменения электромагнитного момента при внезапном трёхфазном коротком замыкании машин с распределённой (рис. 7) и эквивалентной (рис. 11) демпферной обмоткой. В первом случае наблюдается выраженная несимметрия кривой относительно оси абсцисс: амплитудные значения момента одного знака (положительного) почти не меняются в течение первых десяти периодов. Это различие не зависит от значения параметров, представляющих эквивалентную демпферную обмотку.

Приложение. Дифференциальные уравнения СМ с реальной демпферной обмоткой, содержащей 10 стержней на одном полюсе. При использовании равенства

$$i_A + i_B + i_C = 0$$

имеем систему из 13 дифференциальных уравнений, разрешённых относительно производных:

$$\left[l_0 + l_2 \cos 2\omega t - m_0 - l_2 \cos \left(2\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \frac{di_A}{dt} + \\ + \left[m_0 + l_2 \cos \left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - m_0 - l_2 \cos \left(2\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \frac{di_B}{dt} + \\ + (L_{Af} \cos \omega t) \frac{di_f}{dt} + L_{A1 \max}^1 \sum_{n=1}^9 \{ \cos [\omega t - (n-5)\alpha x_1] \} \frac{di_n}{dt} + \\ + L_{A10 \max}^1 \left[\cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right] \frac{di_{10}}{dt} = -U_A - r_A i_A + \\ + \left\{ 2\omega l_2 \left[\sin 2\omega t - \sin \left(2\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \right\} i_A +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ 2\omega l_2 \left[\sin\left(2\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(2\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \right\} i_B + \\
 & + (\omega L_{Af} \sin \omega t) i_f + \omega L_{A1 \max}^1 \sum_{n=1}^9 \{ \sin[\omega t - (n-5)\alpha x_1] \} i_n + \\
 & + \omega L_{A10 \max}^1 \left[\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right] i_{10}; \quad (\text{П-1})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[m_0 + l_2 \cos\left(2\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - m_0 - l_2 \cos 2\omega t \right] \frac{di_A}{dt} + \\
 & + \left[l_0 + l_2 \cos\left(2\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) - m_0 - \cos 2\omega t \right] \frac{di_B}{dt} + \\
 & + \left[L_{Af} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \frac{di_f}{dt} + \\
 & + L_{A1 \max}^1 \sum_{n=1}^9 \left\{ \cos\left[\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - (n-5)\alpha x_1\right] \right\} \frac{di_n}{dt} + \\
 & + L_{A10 \max}^1 \left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \right] \frac{di_{10}}{dt} = -U_B - r_B i_B + \\
 & + \left\{ 2\omega l_2 \left[\sin\left(2\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin 2\omega t \right] \right\} i_A + \\
 & + \left\{ 2\omega l_2 \left[\sin\left(2\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin 2\omega t \right] \right\} i_B + \\
 & + \left[(\omega L_{Af} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)) i_f + \omega L_{A1 \max}^1 \sum_{n=1}^9 \left\{ \sin\left[\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - (n-5)\alpha x_1 \right] \right\} i_n + \omega L_{A10 \max}^1 \left[\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \right] i_{10}; \quad (\text{П-2})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & L_{fA} \left[\cos \omega t - \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \frac{di_A}{dt} + \\
 & + L_{fA} \left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \frac{di_B}{dt} + \\
 & + (L_{ff} + L_{of}) \frac{di_f}{dt} + \sum_{n=1}^9 L_{fn} \frac{di_n}{dt} = \\
 & = -U_f - r_f i_f + \omega L_{fA} \left[\sin \omega t - \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] i_A + \\
 & + \omega L_{fA} \left[\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] i_B; \quad (\text{П-3})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & L_{1A \max}^1 \left\{ \cos[\omega t - (n-5)\alpha x_1] - \cos\left[\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - (n-5)\alpha x_1 \right] \right\} \frac{di_A}{dt} + L_{1A \max}^1 \left\{ \cos\left[\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - (n-5)\alpha x_1\right] - \right. \\
 & \left. - \cos\left[\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - (n-5)\alpha x_1\right] \right\} \frac{di_B}{dt} + L_{nf} \frac{di_f}{dt}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k=1}^{10} (L_{nk} + L_{on}) \frac{di_k}{dt} = -r_n i_n + \omega L_{1A \max}^1 \times \\
 & \times \left\{ \sin\left[\omega t - (n-5)\alpha x_1\right] - \sin\left[\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - (n-5)\alpha x_1\right] \right\} i_A + \\
 & + \omega L_{1A \max}^1 \left\{ \sin\left[\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - (n-5)\alpha x_1\right] - \sin\left[\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - (n-5)\alpha x_1\right] \right\} i_B, \quad n = 1, \dots, 9; \quad (\text{П-4})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - L_{10A \max}^1 \left\{ \sin \omega t - \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right\} \frac{di_A}{dt} - \\
 & - L_{10A \max}^1 \left\{ \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right\} \frac{di_B}{dt} + \\
 & + L_{10f} \frac{di_f}{dt} + \sum_{k=1}^{10} (L_{10k} + L_{o10}) \frac{di_k}{dt} = -r_{10} i_{10} + \omega L_{10A \max}^1 \times \\
 & \times \left\{ \cos \omega t - \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right\} i_A + \omega L_{10A \max}^1 \left\{ \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \right. \\
 & \left. - \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right\} i_B. \quad (\text{П-5})
 \end{aligned}$$

К этим уравнениям следует также добавить уравнение движения ротора, позволяющее определить угол нагрузки генератора:

$$J \frac{d\Omega_{\text{рот}}}{dt} = M_{\text{турб}} - M, \quad (\text{П-6})$$

где J – момент инерции агрегата: турбина–генератор.

Дуговой угол нагрузки:

$$\vartheta = \vartheta_0 + \frac{\tau}{p} \left(p \int_0^t \Omega_{\text{рот}} dt - \omega t \right) \text{ м.} \quad (\text{П-7})$$

Электромагнитные параметры в уравнениях (П-1)–(П-5) находились применительно к саяно-шущенскому генератору СВФ 1285/275-42У4.

По дифференциальным уравнениям (П-1)–(П-5) на рис. 3–6 построены кривые токов обмоток генератора при внезапном трёхфазном коротком замыкании с режима холостого хода при $I_{f0} = 1500$ А.

Расчёт L_d'' по максимально возможному амплитудному значению тока статора при внезапном трёхфазном коротком замыкании с холостого хода (рис. 3) дает значение:

$$L_d'' = 1,8 \cdot 1,05 / I_{\text{max}} = 1,8 \cdot 1,05 / \frac{220000}{26063\sqrt{2}} = 0,31 \text{ отн. ед.}$$

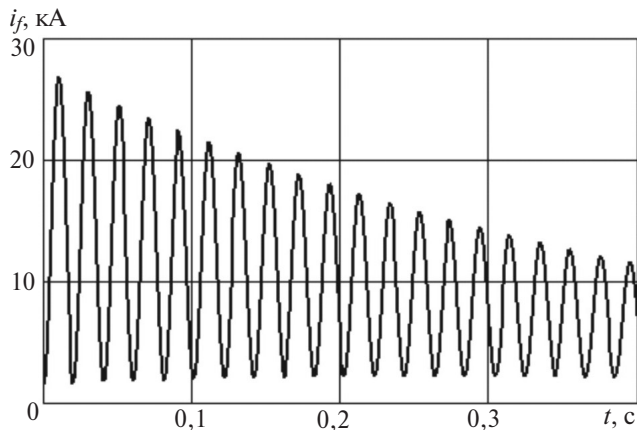


Рис. 6. Изменение тока возбуждения при внезапном трёхфазном коротком замыкании с холостого хода с распределённой демпферной обмоткой

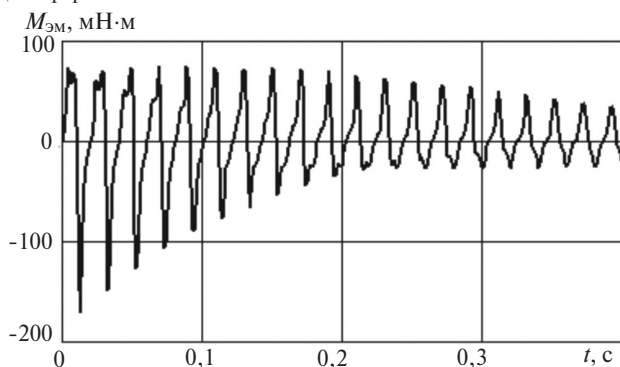


Рис. 7. Электромагнитный момент при внезапном трёхфазном коротком замыкании с холостого хода с распределённой демпферной обмоткой

Паспортное значение этого параметра равно $L_d'' = 0,3$ отн. ед.

Рис. 7 характеризует изменение электромагнитного момента генератора в режиме, который рассчитан по формуле

$$M_{эм} = \frac{3}{2} p (\Psi_q i_d - \Psi_d i_q); \quad (\text{П-8})$$

его максимум составил 170 мН·м.

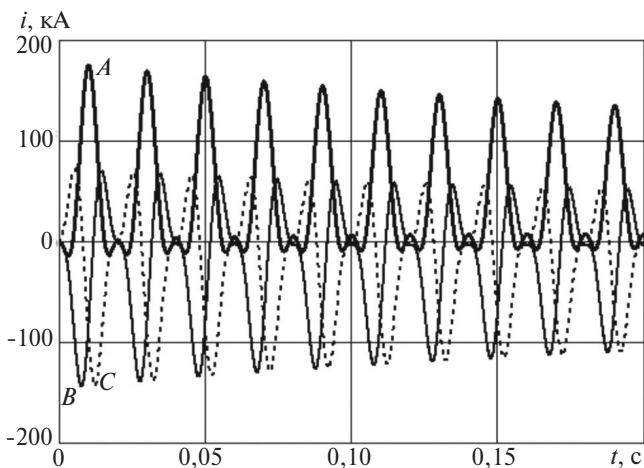


Рис. 8. Фазные токи внезапного трёхфазного короткого замыкания с холостого хода при $I_{f0} = 1500$ А с эквивалентной демпферной обмоткой

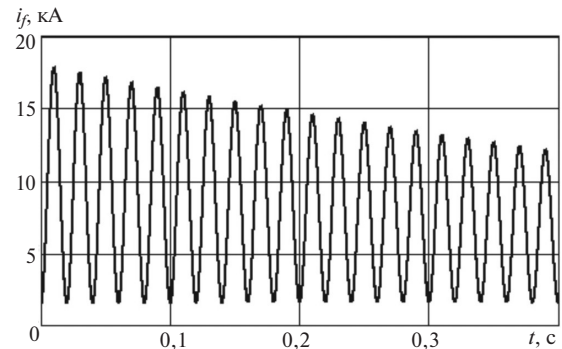


Рис. 9. Ток возбуждения при внезапном трёхфазном коротком замыкании с холостого хода с эквивалентной демпферной обмоткой

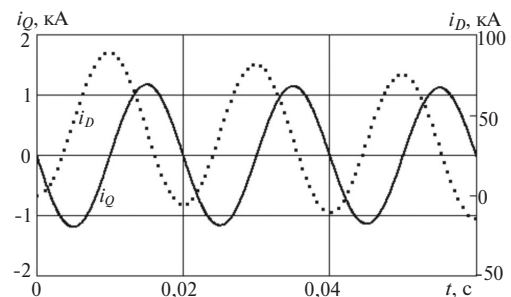


Рис. 10. Токи эквивалентной демпферной обмотки при внезапном трёхфазном коротком замыкании с холостого хода с эквивалентной демпферной обмоткой

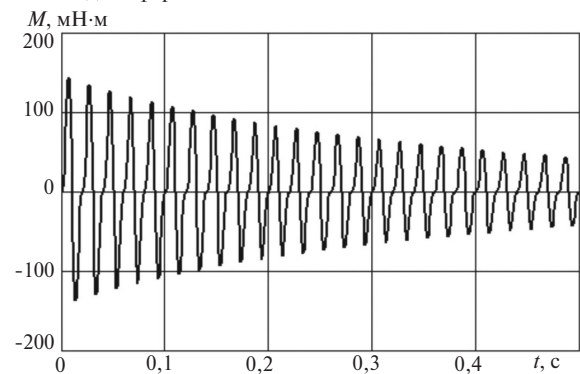


Рис. 11. Электромагнитный момент при внезапном трёхфазном коротком замыкании с холостого хода с эквивалентной демпферной обмоткой

Первый (начальный) максимум электромагнитного момента на рис. 11 составил 143 мН·м второй – 137 мН·м.

Выводы. 1. Значения эквивалентных параметров в осях d и q реальной демпферной обмотки зависят от методов их определения, основанных на синхронном (в том числе на затухании тока в обмотке статора) или асинхронном режимах движения ротора.

2. Методы, связанные с переходным процессом в синхронном режиме, дают примерно одинаковые значения параметров эквивалентной демпферной обмотки.

3. Синхронный генератор с эквивалентной демпферной обмоткой, параметры которой рассчитаны при заданном скольжении ротора, имеет при внезапном трёхфазном коротком замыкании с холостого

хода заниженные в 1,25 раза начальные амплитуды токов обмоток и в 1,2 раза – электромагнитного момента по сравнению с аналогичными данными генератора с распределённой демпферной обмоткой.

4. Синхронный генератор с эквивалентной демпферной обмоткой, параметры которой рассчитаны предложенным выше методом, основанным на синхронном движении ротора, имеет при внезапном трёхфазном коротком замыкании с холодного хода практически те же начальные амплитуды токов обмоток, что у генератора с распределённой демпферной обмоткой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Важнов А.И.** Основы теории переходных процессов синхронной машины. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1960, 312 с.
2. **Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков К.А.** Электрические машины (спец. курс). М.: Высшая школа, 1987, 287 с.

3. **Данилевич Я.Б., Домбровский В.В., Казовский Е.Я.** Параметры электрических машин переменного тока. М.; Л.: Наука, 1965, 340 с.

4. **Афанасьев А.А.** Определение добавочных потерь в роторе синхронной машины. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972, № 6, с. 137–140.

5. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины. М.: Энергия, 1980, 928 с.

6. **Аракелян А.К., Афанасьев А.А.** Вентильные электрические машины и регулируемый электропривод. Кн. 1: Вентильные электрические машины. М.: Энергоатомиздат, 1997, 509 с.

[11.03.2019]

А в т о р ы: **Афанасьев Александр Александрович** – доктор техн. наук, профессор Чувашского государственного университета (ЧГУ), диссертацию защитил в 1991 г.

Нудельман Года Семёнович – кандидат техн. наук, заведующий кафедрой ЧГУ, диссертацию защитил в 1983 г.

Electrichestvo, 2019, No. 10, pp. 34–41

DOI:10.24160/0013-5380-2019-10-34-41

Mathematical Modeling of the Equivalent Damper Winding of a Salient-Pole Synchronous Machine

AFANAS'YEV Alexander A. (*Chuvash State University (ChSU), Cheboksary, Russia*) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

NUDEL'MAN Goda S. (*ChSU, Cheboksary, Russia*) – Head of the Department, Cand. Sci. (Eng.)

A procedure for determining the parameters of the equivalent damper winding under rotor slipping conditions is considered. The procedure is based on using the electromagnetic parameters of all physical components of a real damper winding taking into account the current displacement effects. The procedure can be used in analyzing the startup modes of synchronous motors with adapting the calculated parameters to continuous change of slipping. It is also proposed to determine the adequate parameters of the equivalent damper winding for studying the transients with synchronous motion of the rotor. To this end, the mathematical model of a synchronous machine with a distributed (real) damper winding is used. It is shown that the transients in the synchronous generator with the equivalent damper winding and in the generator with the distributed damper winding triggered by a three-phase short-circuit fault from the initial no-load mode are characterized by almost identical oscillograms. The oscillograms of a similar transient with the equivalent damper winding designed for operation in an asynchronous mode are characterized by lower initial amplitudes of currents through the windings and a lower electromagnetic torque amplitude.

Key words: *synchronous salient pole machine, damper winding, electromagnetic parameters, calculation methods, currents, electromagnetic torque, symmetrical short-circuit fault*

REFERENCES

1. **Vazhnov A.I.** *Osnovy teorii perekhodnykh protsessov sinkhronnoi mashiny* (Theoretical bases of synchronous machine transients). Moscow; Leningrad. Gosenergoizdat, 1960, 312 p.

2. **Sipailov G.A., Kononenko Ye.V., Khor'kov K.A.** *Elektricheskiye mashiny (spets. kurs)* (Electrical machines. Spec. course). Moscow, Vysshaya shkola, 1987, 287 p.

3. **Danilevich Ya.B., Dombrovskiy V.V., Kazovskiy Ye.Ya.** *Parametry elektricheskikh mashin peremennogo toka* (Parameters of electrical machines of AC). Moscow; Leningrad, Nauka, 1965, 340 p.

4. **Afanas'yev A.A.** *Izv. AN SSSR. Energetika i transport – in Russ. (News of USSR Academy of Sciences. Energetics and Transport)*, 1972, No. 6, pp. 137–140.

5. **Ivanov-Smolenskiy A.V.** *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow, Energiya, 1980, 928 p.

6. **Arakelyan A.K., Afanas'yev A.A.** *Ventil'nye elektricheskiye mashiny i reguliruemiyi elektroprivod. Kn. 1: Ventil'nye elektricheskiye mashiny* (Valve electrical machines and electric drive. Book 1. Valve electrical machines). Moscow, Energoatomizdat, 1997, 509 p.

[11.03.2019]