

Математическая и физическая модели образования МГД-воронки во вращающемся магнитном поле

ХАЦАЮК М.Ю., ТИМОФЕЕВ В.Н., ДЕМИДОВИЧ В.Б.

В статье предлагаются подходы к моделированию физических процессов в МГД-устройстве на примере исследования и разработки МГД-вращателя. Представлены аналитическая математическая модель дуговой индукционной машины и численная модель МГД-процессов с применением метода сопряжения электромагнитной и гидродинамической задач с учетом двухфазной подвижной среды. Приведены результаты расчетов и анализа МГД-вращателя, физическое моделирование и верификация соответствующего устройства. С применением данных исследований выполнено проектирование и создание промышленной установки для переплавки мелких металлических отходов в газовой плавильной печи.

К л ю ч е в ы е с л о в а: МГД-вращатель, электромагнитный расчет, аналитический метод, численное моделирование, магнитная гидродинамика

Применение МГД-устройств в металлургической промышленности позволяет выполнять множество технологических операций (перемешивание, транспортировку и дозирование расплава, дегазацию и рафинирование), а также воздействовать на процесс кристаллизации расплава и т.д. В индукционных устройствах, работающих с жидким металлом (тигельные и каналные индукционные печи, специальные плавильно-литейные установки), МГД-процессы во многом определяют технологические режимы. Основное достоинство МГД-устройств – отсутствие прямого контакта с жидким металлом, что сохраняет чистоту расплава и исключает применение расходных материалов и инструментов. К тому же МГД-устройства обладают гибкостью в управлении режимами работы, позволяют автоматизировать многие технологические процессы и повысить производительность плавильно-литейных агрегатов.

Однако исследование, оптимизация и проектирование МГД-процессов сопряжены с определёнными трудностями. С одной стороны, возможности физического моделирования процессов сильно ограничены из-за высокой температуры и химической агрессивности большинства жидких металлов. Вместе с тем, применяемые при физическом моделировании эвтектические сплавы, такие как GaInSn, сплав Вуда, сплав Розе, являются непрозрачными и исключают возможность как визуального исследования, так и с помощью оптических приборов гидродинамических процессов, а применение ультразвуковых методов измерений и приборов слишком дорого и сопряжено со сложностями процесса измерений.

С другой стороны, теоретические методы исследований и расчеты связаны с определёнными ограничениями. Расчет линейных индукционных ма-

шин с жидкометаллическим рабочим телом по существующим инженерным методикам проводится со значительными допущениями и ограничениями при проектировании большинства металлургических устройств. В свою очередь, применение численных методов и программ для расчета МГД-процессов основано на сопряжении электромагнитной и гидродинамической задач, что в достаточном объеме не предоставляется современными программными САЕ пакетами.

Для предварительных и оптимизационных расчетов были разработаны аналитические математические модели электромагнитных процессов в линейных индукционных машинах с учетом дискретного распределения токовых слоев, продольного и поперечного эффектов в комплексной и нестационарной формулировке. Задачи решались с применением разложения в ряд Фурье. Описание некоторых моделей и анализ результатов приведены в [1–3].

Для моделирования гидродинамических процессов в жидком металле в электромагнитном поле применяется численное моделирование на базе ANSYS Classic и Fluent. Для сопряжения данных программных продуктов был разработан алгоритм и созданы программы двухстороннего обмена данными. Алгоритм регулирует итерационный процесс решения обеих задач, осуществляет передачу и прием объемных электромагнитных сил и мощности тепловыделения со стороны электромагнитной задачи, передачу и прием поля скоростей, температур, фазовых распределений со стороны гидродинамической задачи. В качестве фазовых распределений могут быть объем жидкой фазы при решении задач со свободной поверхностью (VOF method), концентрация компонентов с различной электропроводностью в многофазных задачах, концентрация жидкой/твердой фазы в задачах кри-

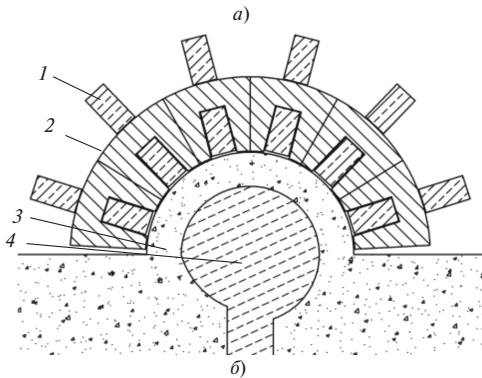
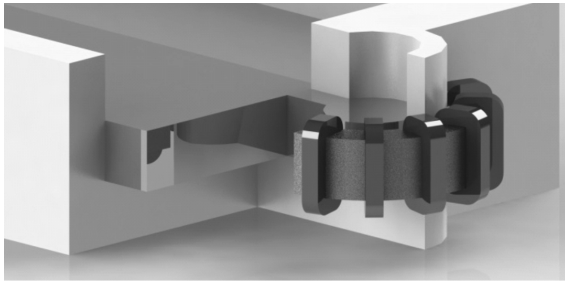


Рис. 1. Эскиз печи с МГД-вращателем

сталлизации и плавления (Enthalpy–Porosity method). Алгоритм был опробован на решении таких задач, как дозирование расплава в открытом лотке, индукционная плавка в холодном тигле, бестигельная индукционная плавка и др. Один из примеров применения алгоритма и полученные результаты представлены в [4].

В статье показано применение описанных выше подходов и моделей для исследования процесса формирования жидкометаллической воронки на свободной поверхности расплава во вращающемся электромагнитном поле дуговой индукционной машины. Дополнительно была построена аналитическая модель вращающегося электромагнитного поля в комплексной форме в цилиндрической системе координат с дискретным азимутальным расположением токовых слоев. Спроектирована и создана промышленная установка (рис. 1,а), названная МГД-вращателем [5], предназначенная для интенсификации загрузки мелких металлических отходов с развитой внешней поверхностью под поверхность зеркала металла с целью уменьшения их выгорания.

МГД-вращатель является разновидностью дуговых индукционных машин и представляет собой разомкнутый статор асинхронного двигателя с жидкометаллическим ротором (рис. 1,б). В данном случае для удобства изготовления был выбран тип обмоток «через ярмо». Шесть обмоток 1, уложенных в пазы магнитопровода 2, включены в трехфазную сеть по одной из известных схем [6]. Индуктор расположен на поверхности футерованного заливочного кармана 3. Вращающееся магнитное поле индуктора создает вихревые токи в расплаве 4, взаимодействие которых с магнитным полем

приводит к возникновению электромагнитных сил. Электромагнитные силы приводят расплав в движение по винтовой траектории, зависящей от формы внутренней поверхности кармана, и на свободной поверхности расплава формируется воронка.

Аналитическая модель. Аналитическое решение строилось относительно комплексной аксиальной составляющей напряженности магнитного поля \dot{E}_z в цилиндрической системе координат (ρ, φ) . Обмотки индуктора представлены M токовыми слоями с комплексной линейной плотностью тока $(\dot{J}_m = J_m e^{i\alpha_m})$, распределённой по дуге $\pm \Delta\varphi_m$, где m – номер слоя; J_m, α_m – значение и фаза линейной токовой нагрузки m -й катушки. Систему координат считаем жестко связанной с индуктором, а расплав – вращающимся с постоянной угловой скоростью Ω . Магнитопровод индуктора заменен средой с магнитной проницаемостью $\mu = \infty$ и электропроводностью $\gamma = 0$.

Расчетная модель имеет две области (рис. 2): область 1 ($\rho \leq r$) характеризуется удельной электропроводностью γ и магнитной проницаемостью μ_0 и вращается с постоянной угловой скоростью Ω ; область 2 ($r < \rho \leq R$) имеет удельную электропроводность $\gamma = 0$, магнитную проницаемость μ_0 .

Из уравнений Максвелла можно получить дифференциальные уравнения для \dot{E}_z в областях 1 и 2:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{z1}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \dot{E}_{z1}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_{z1}}{\partial \varphi^2} + \mu_0 \gamma \Omega \frac{\partial \dot{E}_{z1}}{\partial \varphi} - i\omega \mu_0 \gamma \dot{E}_{z1} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{z2}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \dot{E}_{z1}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_{z1}}{\partial \varphi^2} = 0,$$

где ω – циклическая частота питания.

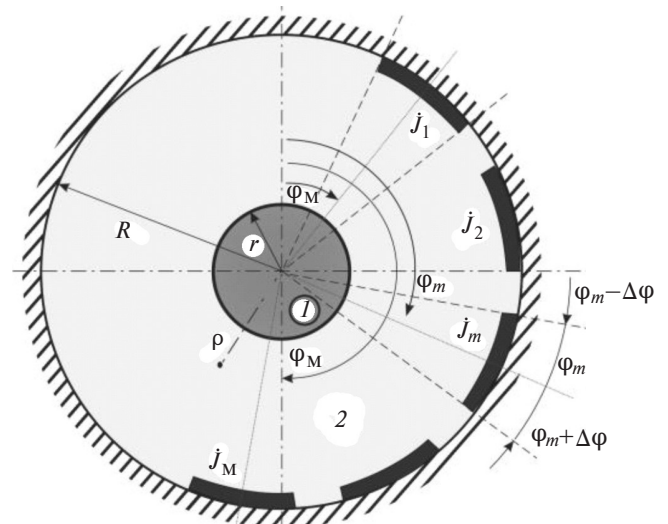


Рис. 2. Расчетная модель

Из уравнения $\text{rot} \vec{E} = -i\omega\mu_0 \vec{H}$ определяются составляющие напряженности магнитного поля \dot{H}_ρ и \dot{H}_φ . Решением полученной системы дифференциальных уравнений в виде рядов Фурье в комплексной форме получены искомые выражения для напряженности электрического поля, а также выражения для напряженности магнитного поля, плотности тока, мощности и электромагнитного момента. На рис. 3 показаны распределение плотности тока на различной глубине в расплаве и зависимость относительного момента от скольжения ($s=1-\Omega/\omega$) при различной добротности ($\varepsilon = \sqrt{\omega\mu_0\gamma r}$).

Как видно, характер распределения плотности тока и механическая характеристика повторяют известные зависимости из теории электрических машин и позволяют судить о корректности построенной аналитической модели. Применение данной модели для анализа дуговой индукционной машины позволило исследовать электромагнитные характеристики и определить режимы работы будущего оборудования. Однако аналитические модели не учитывают реального характера движения жидкого металла. Для уточнения параметров и исследова-

вания гидродинамических процессов было выполнено численное моделирование.

Численное моделирование и верификация. Численное моделирование основано на совместном решении электромагнитной и гидродинамической задач с применением алгоритма и программ сопряжения и управления процессом расчета. Описание алгоритма дано в [4], основные уравнения, применяемые при решении данной задачи, приведены в [7]. Целью численного моделирования было изучение процесса формирования жидкометаллической воронки в электромагнитном поле дуговой индукционной машины. Для верификации результатов моделирования была создана физическая модель будущей установки (рис. 4). В качестве моделирующего металла использовался сплав GaInSn.

Для качественного сравнения результатов моделирования и эксперимента была построена в динамике форма свободной поверхности расплава. На рис. 5 представлено сопоставление характерных кадров в процессе пуска и разгона расплава.

Анализ показал хорошее совпадение расчета и эксперимента и подтвердил потенциал данной технологии. Математические модели были применены для расчета энергетических параметров и технологических режимов применительно к промышленной установке – плавильной газовой печи емко-

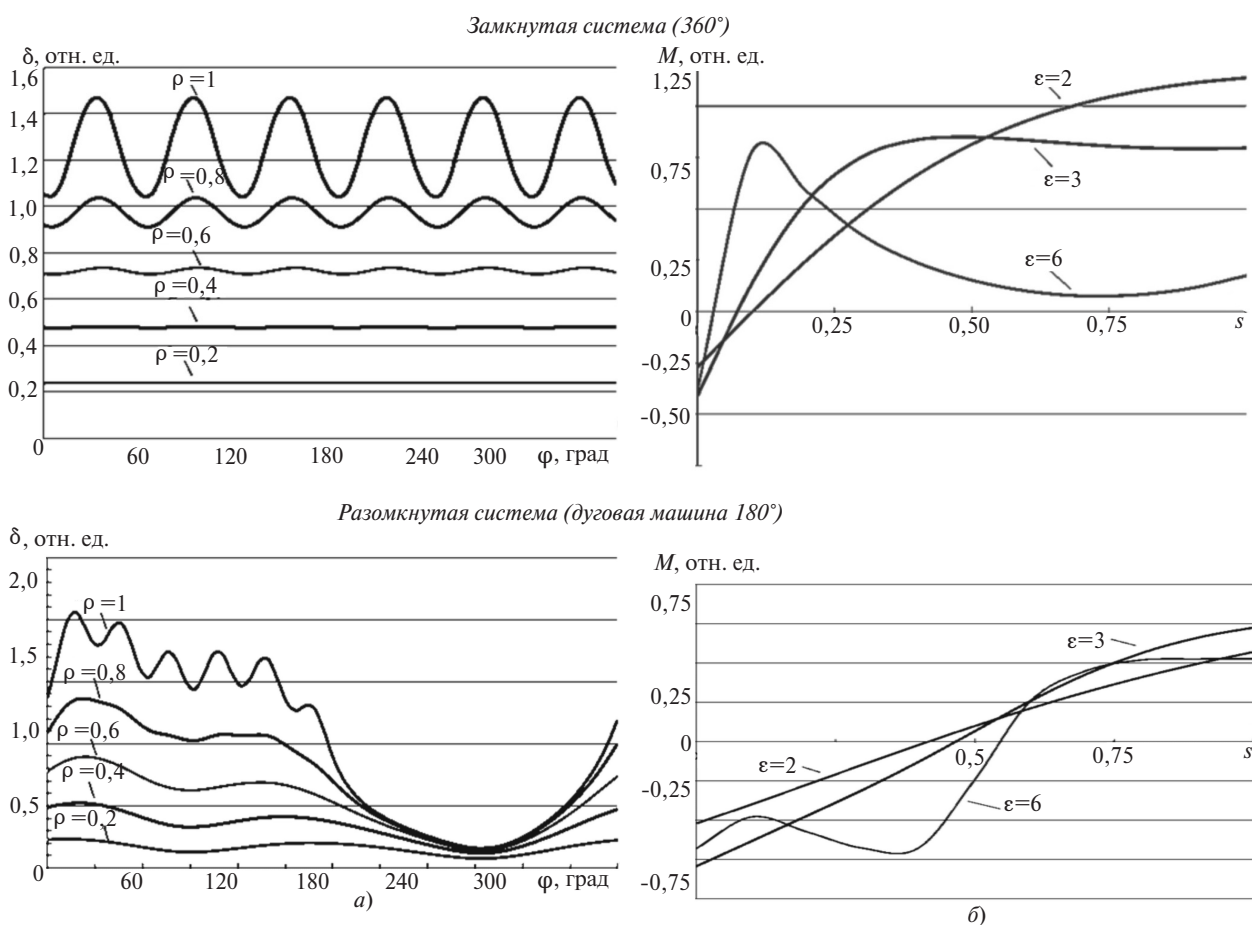


Рис. 3. Значения плотности тока (а) и электромагнитного момента (б)

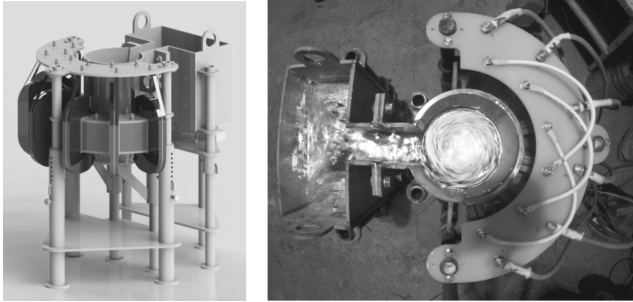


Рис. 4. Проект физической модели и ее воплощение

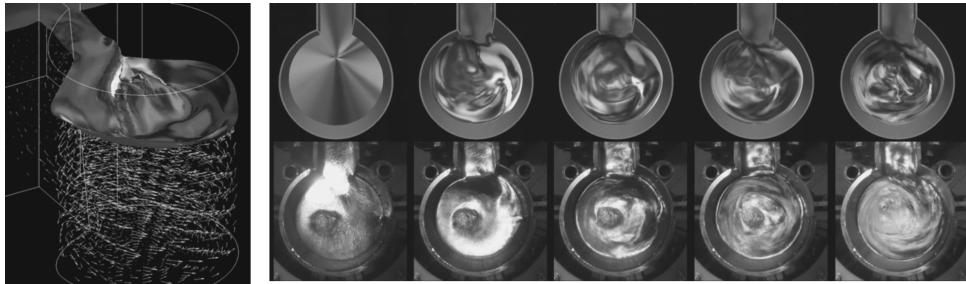


Рис. 5. Поле скоростей и динамика свободной поверхности расплава

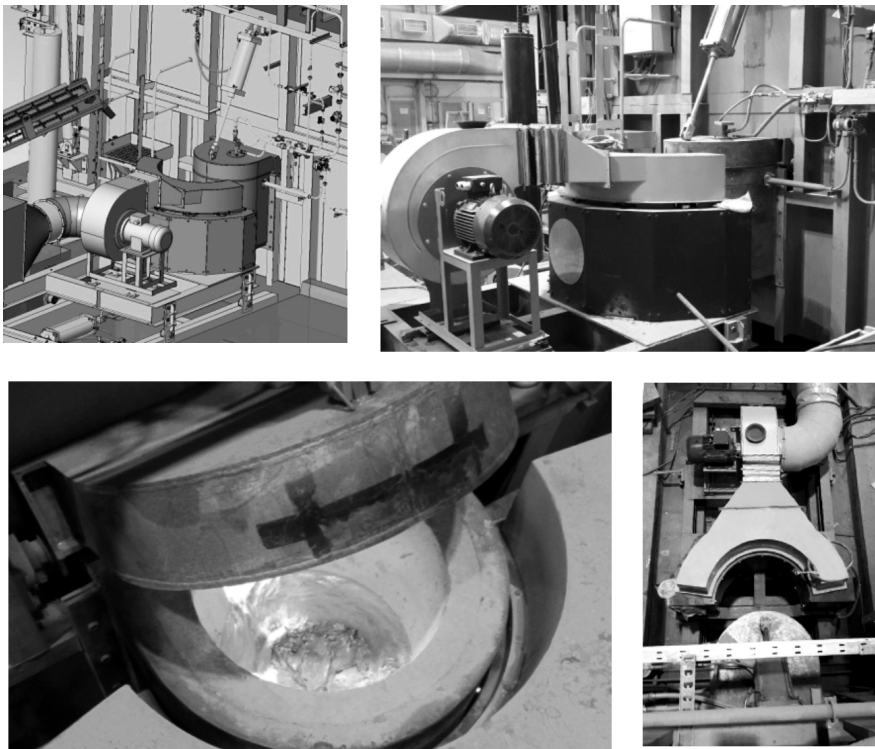


Рис. 6. Промышленная плавильная печь с МГД-вращателем

стью 20 т. На основе полученных результатов предприятием ООО «НПЦ Магнитной гидродинамики» (г. Красноярск) была спроектирована, создана и внедрена промышленная установка для переплавки мелких металлических отходов (рис. 6).

Заключение. В результате выполненных работ были построены аналитические модели электромагнитных процессов в комплексной форме в цилиндрической системе координат для расчета устройств, создающих вращающееся магнитное поле,

с учетом дискретного распределения токовых слоев и большого немагнитного зазора.

Применение созданных алгоритмов и программ для двустороннего сопряжения электромагнитной и гидродинамической задач с передачей фазовых распределений (концентрации), температур и скоростей позволило исследовать динамические характеристики дуговой индукционной машины с жидкометаллическим рабочим телом для создания воронки на свободной поверхности. В свою очередь,

были верифицированы результаты, полученные на основе данного подхода.

Разработана, спроектирована, создана и внедрена установка МГД-вращатель для газовой плавильной печи емкостью 20 т для алюминия.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Красноярского края в рамках научного проекта № 18-48-242013 «Исследование влияния пространственных и частотно-временных распределений электромагнитных сил в расплаве на характер протекания МГД-процессов в жидком металле».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Timofeev V., Khatsayuk M. Theoretical design baselines for MHD-stirrers of molten metals. — *Magneto hydrodynamics*, 2016, No. 4. pp. 495–506.
2. Timofeev V., Khatsayuk M., Timofeev S. Analysis of Transverse Edge Effect in a Molten Metal MHD Stirrer. — *Magneto hydrodynamics*, 2017, No. 3. pp. 329–344.
3. Тимофеев В.Н., Хацаюк М.Ю. Анализ электромагнитных процессов магнитогидродинамического перемешивания жидких металлов. — *Электричество*, 2017, № 1, с. 35–44.
4. Khatsayuk M., Demidovich V., Timofeev V., Maksimov A., Rastvorova I. Numerical simulation of titanium alloy non-crucible melting in the alternating electromagnetic field. Intern. Conf. on Heating by Electromagnetic Sources HES-16, Padua, May 24–27, 2016, pp. 305–312.
5. Пат. РФ № 2677549. Способ переплавки металлических отходов и печь для его осуществления/М.Ю. Хацаюк, В.Н. Ти-

мофеев, П.А. Хоменков, Е.С. Елизаров, В.В. Тараканов. Опубл. 17.01.2019.

6. **Вольдек, А.И.** Индукционные МГД-машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л.: Энергия, 1970, 272 с.

7. **Minakov A.V., Pervukhin M.V., Platonov D.V., Khatsayuk M.Yu.** Mathematical model and numerical simulation of aluminum casting and solidification in magnetic fields with allowance for free surface dynamics. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2015, vol. 55, pp. 2066–2079.

[21.10.2019]

А в т о р ы: **Хацаюк Максим Юрьевич** – кандидат техн. наук, доцент Сибирского федерального университета, диссертацию защитил в 2013 г.

Тимофеев Виктор Николаевич – доктор техн. наук, заведующий кафедрой Сибирского федерального университета, диссертацию защитил в 1994 г.

Демидович Виктор Болеславович – доктор техн. наук, профессор Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ», диссертацию защитил в 2002 г.

Electrichestvo, 2019, No. 12, pp. 42–46

DOI:10.24160/0013-5380-2019-12-42-46

Mathematical and Physical Model of the Formation of an MHD Funnel in a Rotating Magnetic Field

KHATSAYUK Maxim Yu. (Siberian Federal University - SFU, Krasnoyarsk, Russia) – Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

TIMOFEEYEV Viktor N. (SFU, Krasnoyarsk, Russia) – Head of the Department, Dr. Sci. (Eng.)

DEMIDOVICH Viktor B. (St. Petersburg State Electrical Engineering University «LETI», St. Petersburg, Russia) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

The article presents approaches to modeling physical processes in an MHD device using the research and development of an MHD-rotating device, namely, an analytic mathematical model of an arc induction machine and a numerical model of MHD processes based on the coupling of electromagnetic and hydrodynamic problems taking into account a two-phase fluent domain. The results of calculations and analysis of the MHD-rotator are presented. Research and development of industrial plants for the smelting of small metal chips in a gas melting furnace was carried out.

Key words: MHD-rotator electromagnetic calculation, analytical method, numerical modeling, magnetohydrodynamics

REFERENCES

1. **Timofeev V., Khatsayuk M.** Theoretical design baselines for MHD-stirrers of molten metals. – Magnetohydrodynamics, 2016, No. 4. pp. 495–506.

2. **Timofeev V., Khatsayuk M., Timofeev S.** Analysis of Transverse Edge Effect in a Molten Metal MHD Stirrer. – Magnetohydrodynamics, 2017, No. 3. pp. 329–344.

3. **Timofeyev V.N., Khatsayuk M.Yu.** (*Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*), 2017, No. 1, pp. 35–44.

4. **Khatsayuk M., Demidovich V., Timofeev V., Maksimov A., Rastvorova I.** Numerical simulation of titanium alloy non-crucible melting in the alternating electromagnetic field. Intern. Conf. on Heating by Electromagnetic Sources HES-16, Padua, May 24–27, 2016, pp. 305–312.

5. **Pat. RF No. 2677549.** *Sposob pereplavki metallicheskih otkhodov i pech' dlya ego osushchestvleniya* (The method of remelting metal waste and a furnace for its implementation)/M.Yu. Khatsayuk, V.N. Timofeyev, P.A. Khomenkov, Ye.S. Yelizarov, V.V. Tarakanov. Promulgated 17.01.2019.

6. **Vol'dek A.I.** *Induktsionnye MGD-mashiny s zhidkometallicheskim rabochim telom* (Induction MHD machines with a liquid metal working fluid). Leningrad, Energiya, 1970, 272 p.

7. **Minakov A.V., Pervukhin M.V., Platonov D.V., Khatsayuk M.Yu.** Mathematical model and numerical simulation of aluminum casting and solidification in magnetic fields with allowance for free surface dynamics. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2015, vol. 55, pp. 2066–2079.

[21.10.2019]

* * *

П о п р а в к а

Авторы статьи «Нелинейная математическая модель...» Горюкян В.М. и Казанцев Ю.А. (см. № 10, 2019 г.) просят внести в нее поправку. В первом предложении после формулы (4) следует читать: $a=0,955 \text{ Тл}$ и $b=0,0273 \text{ м/А}$ ».