

Расчет эквивалентных контуров демпферной обмотки и индуктивности взаимоиндукции синхронной машины

АФАНАСЬЕВ А.А.

Предложены формулы для расчёта индуктивностей рассеяния и активных сопротивлений эквивалентной демпферной обмотки явнополюсной синхронной машины. Формулы базируются на равенстве энергий поля рассеяния и тепловых потерь в реальной обмотке и в её виртуальном образе. На основе равенства МДС реальной и эквивалентной демпферной обмоток сделаны расчеты для определения чисел витков последней. Используя комплексные периодические потенциальные функции, анализируется двухмерная математическая модель синхронной машины с равномерным воздушным зазором. Показано, что в индуктивностях взаимоиндукции фаз обмотки статора и обмоток ротора не соблюдается принцип взаимности из-за различия форм МДС этих обмоток. Указанный принцип соблюдается для взаимоиндуктивностей между фазами обмотки статора и между контурами демпферной обмотки.

Ключевые слова: синхронные машины, пульсирующее поле, пазовое и лобовое рассеяние, МДС демпферных контуров, потенциальные функции, двухмерная модель, принцип взаимности индуктивностей взаимоиндукции

В математических моделях синхронных машин демпферная обмотка ротора, состоящая из короткозамкнутых стержней, обычно представляется эквивалентными диаметрными контурами D и Q , оси которых совпадают с осями симметрии ротора [1–5]. Поэтому адекватность описания переходных процессов в синхронных машинах и связанных с ней сетях, оценка устойчивости энергосистем существенно корректируются адекватными значениями параметров указанных эквивалентных контуров.

В аналитических моделях переходных процессов синхронной машины параметры её эквивалентных контуров D и Q принимаются заданными [1, 2, 6]. При численных расчётах установившихся и переходных режимов демпферная обмотка машины представляется реальными контурами [7, 8].

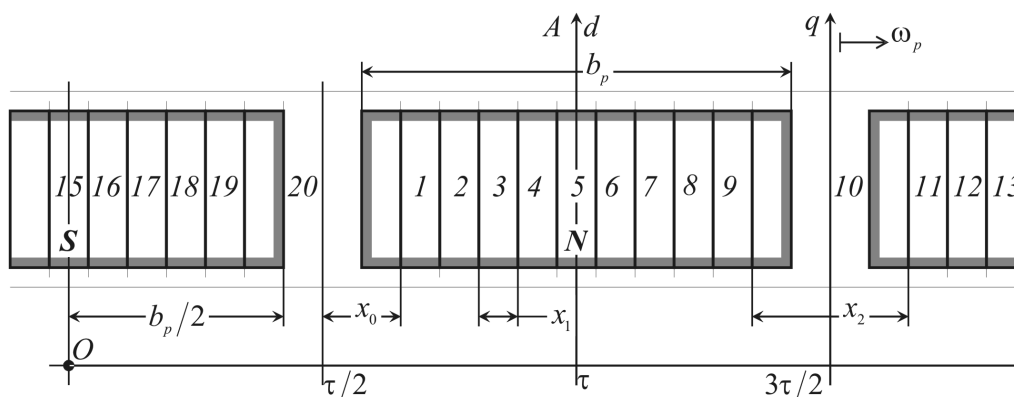
В настоящей статье параметры эквивалентных контуров демпферной обмотки определяются на основе подходов, изложенных в [9]: МДС, энергия

магнитного поля рассеяния, потери мощности в проводниках реальной демпферной обмотки и её виртуальных образов одинаковы. Показано, что принцип взаимности индуктивностей взаимоиндукции выполняется не для всех обмоток синхронной машины.

Индуктивности рассеяния эквивалентных демпферных обмоток. Уравнения для определения значений D и Q состоят из двух слагаемых:

$$L_{\sigma D(Q)} = L_{\sigma D(Q)}^c + L_{\sigma D(Q)}^l, \tag{1}$$

из которых первое связано с рассеянием стержней, второе – с рассеянием лобовых частей демпферной обмотки. Будем рассматривать взаимодействие контуров демпферной обмотки (см. рисунок) с основной гармоникой вращающегося магнитного поля при несинхронном движении ротора. Такое поле можно представить в виде суммы двух пульси-



Демпферная обмотка с 10 стержнями на каждом полюсе ротора

рующих магнитных полей по осям d и q , имеющих временной сдвиг на четверть периода. Будем полагать, что по эквивалентному контуру с диаметральной осью d протекает ток I_D , создающий пульсирующее, синусоидально распределённое магнитное поле, которое в контурах реальной демпферной обмотки по продольной оси вызывает токи синусоидальной формы:

$$I_{nd} = I_D \sin \frac{\theta_n}{2}, \quad (2)$$

где $\theta_n = (2n-1)\alpha_c$, $n=1, \dots, n_c/2$; $\alpha_c = \pi\tau_2/\tau$; θ_n – угловой шаг n -го контура; α_c – зубцовый шаг ротора; n_c – число стержней демпферной обмотки на одном полюсе.

Эквивалентная индуктивность рассеяния $L_{\sigma D}^c$ пазовой части демпферной обмотки по оси d может быть определена через энергию магнитного поля рассеяния стержней с учётом (2) для тока n -го контура и равенства:

$$\sin^2 \frac{\theta_n}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta_n).$$

Имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} I_D^2 L_{\sigma D}^c &= \frac{1}{2} 2p L_{\sigma c} \sum_{n=1}^{n_c/2} I_{nd}^2 = \\ &= \frac{1}{2} 2p L_{\sigma c} I_D^2 \frac{1}{2} \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right), \end{aligned} \quad (3)$$

принимая во внимание, что [12]

$$\sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c = \frac{n_c}{2} \frac{\sin(n_c \alpha_c)}{n_c \sin \alpha_c}, \quad (4)$$

получим из (3)

$$L_{\sigma D}^c = 2p L_{\sigma c} \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right) = p L_{\sigma c} n_c (1 - k_p), \quad (5)$$

где $k_p = \frac{\sin(n_c \alpha_c)}{n_c \sin \alpha_c}$ – коэффициент распределения демпферной обмотки; $L_{\sigma c}$ – индуктивность рассеяния одного стержня.

Учитывая особенности наложения контурных токов I_{nd} друг на друга на лобовых участках (на лобовых участках первого контура обмотки все токи I_{nd} складываются, а на участках крайнего (n_c-1) -го контура протекает только его собственный ток), получаем

$$L_{\sigma D}^l = 2p L_{\sigma l} \left\{ \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right) + 2 \left[\left(\frac{n_c}{2} - 1 \right) - \right. \right.$$

$$\begin{aligned} &\left. - \cos 3\alpha_c - \cos 5\alpha_c - \dots - \cos(n_c-1)\alpha_c \right] + 2 \left[\left(\frac{n_c}{2} - 2 \right) - \right. \\ &\left. - \cos 5\alpha_c - \cos 7\alpha_c - \dots - \cos(n_c-1)\alpha_c \right] + \\ &\dots + 2[1 - \cos(n_c-1)\alpha_c] \left. \right\} = 2p L_{\sigma l} \left\{ \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right) + \right. \\ &+ 2 \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) - \sum_{n=k+1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right] \left. \right\} = \\ &= 2p L_{\sigma l} \left\{ \left(\frac{n_c}{2} - k_p \right) + 2 \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) \times \right. \right. \\ &\left. \left. \times (1 - k_{pk} \cos \beta_{pk}^d) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $k_{pk} = \frac{\sin\left(\frac{n_c}{2} - k_p\right)\alpha_c}{\left(\frac{n_c}{2} - k_p\right)\sin\alpha_c}$; $\cos \beta_{pk}^d = \frac{\sum_{n=k+1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c}{\left(\frac{n_c}{2} - k_p\right)k_{pk}}$;

$L_{\sigma l}$ – индуктивность рассеяния лобового участка между двумя стержнями демпферной обмотки.

Складывая формулы (5) и (6), получаем

$$\begin{aligned} L_{\sigma D} &= L_{\sigma D}^c + L_{\sigma D}^l = 2p \left\{ (L_{\sigma c} + L_{\sigma l}) \frac{n_c}{2} (1 - k_p) + \right. \\ &\left. + 2L_{\sigma l} \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) (1 - k_{pk} \cos \beta_{pk}^d) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

В аналогичных условиях находятся другие контуры демпферной обмотки, симметричные по оси q и связанные с пульсирующим по этой оси магнитным полем, которое сдвинуто во времени относительно поля по оси d на четверть периода. Токи в этих контурах будут изменяться уже по косинусоидальному закону, если отсчёт углов $\theta_n = (2n-1)\alpha_c$ вести от продольной оси d :

$$I_{nq} = I_Q \cos \frac{\theta_n}{2}, \quad (8)$$

где I_Q – ток эквивалентной диаметральной обмотки Q .

Приравнявая энергии магнитного поля рассеяния стержней у обмотки Q , можем по аналогии с (3), (4) и с учетом (7) и равенства $\cos^2 \frac{\theta_n}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta_n)$ найти

$$L_{\sigma Q}^c = p L_{\sigma c} n_c (1 + k_p). \quad (9)$$

Для расчёта индуктивности рассеяния $L_{\sigma Q}^{\Pi}$ целесообразно отсчёт углов θ_n вести от оси q :

$$L_{\sigma Q}^{\Pi} = 2pL_{\sigma \Pi} \left\{ \left[\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right] + 2 \left[\left(\frac{n_c}{2} - 1 \right) - \cos(\alpha_2 + 2\alpha_c) - \cos(\alpha_2 + 4\alpha_c) - \dots - \cos[\alpha_2 + (n_c - 2)\alpha_c] \right] + 2 \left[\left(\frac{n_c}{2} - 2 \right) - \cos(\alpha_2 + 4\alpha_c) - \dots - \cos[\alpha_2 + (n_c - 2)\alpha_c] \right] + \dots + 2 \left[1 - \cos[\alpha_2 + (n_c - 2)\alpha_c] \right] \right\} = 2pL_{\sigma \Pi} \left\{ \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right) + 2 \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) - \sum_{n=k+1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right] \right\}, \quad (10)$$

где $\alpha_2 = x_2 \frac{\pi}{\tau}$ – угловой размер первого контура демпферной обмотки по оси q (см. рисунок).

Отсюда следует формула для индуктивности рассеяния эквивалентной демпферной обмотки Q :

$$L_{\sigma Q} = L_{\sigma Q}^c + L_{\sigma Q}^{\Pi} = pL_{\sigma c} n_c (q + k_p) + 2pL_{\sigma \Pi} \left\{ \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right) + 2 \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) - \sum_{n=k+1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right] \right\}. \quad (11)$$

Расчет активных сопротивлений эквивалентных обмоток. Вычисление ведется на основе баланса потерь мощности в стержнях и короткозамыкающих кольцах демпферной обмотки. Применительно к стержням оси d такой баланс представляется равенством:

$$I_D^2 r_D^c = 2p2r_c \sum_{n=1}^{n_c/2} I_{nd}^2 = 2pr_c I_D^2 (1 - k_p), \quad (12)$$

откуда

$$r_D^c = 2pr_c \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right) = pr_c n_c (1 - k_p). \quad (13)$$

Аналогичные действия применительно к лобовым частям обмотки дают:

$$r_D^{\Pi} = 2p \frac{2\rho_{\text{кш}} t_2}{q_{\text{кш}}} \left\{ \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right) + 2 \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) - \sum_{n=k+1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right] \right\} = 2p \frac{\rho_{\text{кш}} t_2}{q_{\text{кш}}} \left\{ \left(\frac{n_c}{2} (1 - k_p) \right) + 2 \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) (1 - k_{pk} \cos \beta_{pk}^d) \right] \right\}, \quad (14)$$

где $\frac{2\rho_{\text{кш}} t_2}{q_{\text{кш}}} = r_{\Pi}$ – омическое сопротивление двух участков кольца между двумя соседними стержнями.

В результате получим для активного сопротивления эквивалентной обмотки по оси d :

$$r_D = r_D^c + r_D^{\Pi} = 2p \left\{ (r_c + r_{\Pi}) \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right) + 2r_{\Pi} \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) - \sum_{n=k+1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right] \right\} = 2p \left\{ (r_c + r_{\Pi}) \frac{n_c}{2} (1 - k_p) + 2r_{\Pi} \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) (1 - k_{pk} \cos \beta_{pk}^d) \right] \right\}. \quad (15)$$

Аналогично определяется активное сопротивление эквивалентной обмотки по оси q :

$$r_Q = r_Q^c + r_Q^{\Pi} = 2p \left\{ (r_c + r_{\Pi}) \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right) + 2r_{\Pi} \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) - \sum_{n=k+1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right] \right\} = 2p \left\{ (r_c + r_{\Pi}) \frac{n_c}{2} (1 - k_p \cos \beta_p^q) + 2r_{\Pi} \sum_{k=1}^{(n_c/2)-1} \left[\left(\frac{n_c}{2} - k \right) (1 - k_{pk} \cos \beta_{pk}^q) \right] \right\}, \quad (16)$$

где $r_{л1} = \frac{2\rho_{кц} x_2}{q_{кц}}$ – сопротивление лобовой части

первого (внутреннего) контура по оси q , имеющей длину $2x_2$ (см. рисунок).

Расчёты по формулам (7), (11), (15), (16) дают следующие значения¹: $L_{\sigma D} = 1,483 \cdot 10^{-3}$ Гн;

$L_{\sigma Q} = 2,743 \cdot 10^{-3}$ Гн; $r_D = 0,017$ Ом; $r_Q = 0,031$ Ом.

Магнитодвижущие силы и числа витков эквивалентных демпферных обмоток. Будем полагать, что ротор перемещается (в асинхронном режиме) относительно основной гармоники магнитного поля, создаваемого обмоткой статора. Очевидно, такой режим можно представить в виде двух пульсирующих по осям d и q ротора с частотой скольжения магнитных полей, сдвинутых во времени на четверть периода. Эти синусоидально распределённые магнитные поля будут вызывать токи в контурах демпферной обмотки.

Ток I_{nd} в контуре n , симметричном с осью ротора d ,

$$I_{nd} = I_D \sin \frac{\theta_n}{2},$$

создаёт основную гармонику МДС:

$$F_{nd} = \frac{4}{\pi} I_{nd} \sin \frac{\theta_n}{2} = \frac{4}{\pi} I_D \sin^2 \frac{\theta_n}{2}.$$

Для токов всех контуров по оси d получим выражение для результирующей МДС эквивалентной демпферной обмотки по оси d :

$$F_D = \frac{4}{\pi} I_D \sum_{n=1}^{n_c/2} \sin^2 \frac{\theta_n}{2} = \frac{2}{\pi} I_D \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos(2n-1)\alpha_c \right) = \frac{1}{\pi} n_c I_D (1 - k_p) \quad (17)$$

или, связав с числом витков,

$$F_D = \frac{4}{\pi} I_D w_{\Delta D}. \quad (18)$$

Из сравнения формул (17) и (18) следует выражение для числа витков эквивалентной обмотки по оси d :

$$w_{\Delta D} = \frac{n_c}{4} (1 - k_p). \quad (19)$$

Применительно к контурам оси q получим выражения для результирующей МДС F_Q и числа витков $w_{\Delta Q}$ эквивалентной обмотки:

$$F_Q = \frac{4}{\pi} I_Q \sum_{n=1}^{n_c/2} \sin^2 \frac{\theta_n}{2} =$$

$$= \frac{2}{\pi} I_Q \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right); \quad (20)$$

$$w_{\Delta Q} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_c}{2} - \sum_{n=1}^{n_c/2} \cos[\alpha_2 + (2n-2)\alpha_c] \right). \quad (21)$$

Подсчёты (19), (21) дали результат:

$$w_{\Delta D} = 2,01; \quad w_{\Delta Q} = 3,61.$$

Индуктивности взаимной индукции обмоток по основной гармонике. Формы МДС этих обмоток не совпадают, не обладают принципом взаимности. Например, структуры выражений для МДС обмоток фазы статора и возбуждения ротора неодинаковы. В результате $L_{Af} \neq L_{fA}$. Таким же свойством обладает связь контуров демпферной обмотки и обмотки возбуждения. В этом легко убедиться, выбрав сравнительно простую математическую модель синхронной машины, у которой воздушный зазор равномерный, а магнитное поле в нём двумерное [11].

В основе этой аналитической модели лежат следующие утверждения:

комплексные периодические потенциальные функции $w(z) = v(x, y) + ju(x, y)$ являются математической основой для аналитического решения задачи Дирихле в равномерном немагнитном зазоре²;

мнимые составляющие $u(x, y)$ этих комплексных потенциальных функций на границах зазора, представленные тригонометрическими рядами Фурье, являются известными скалярными магнитными потенциалами источников магнитного поля – обмоток статора и ротора;

для комплексно-сопряжённого вектора магнитной индукции в воздушном зазоре справедливо выражение:

$$B^*(z) = j\mu_0 \frac{dw(z)}{dz}; \quad (22)$$

магнитным сопротивлением стали пренебрегаем.

Можно показать, используя (22), что составляющие магнитной индукции по осям x и y в воздушном зазоре, вызванные отдельно током фазы A обмотки статора и током возбуждения ротора, будут равны:

¹ Синхронный генератор Саяно-Шушенской ГЭС типа СВФ 1285/275-42У4 ($n_c = 10$) имеет геометрические параметры: $l_c = 3$ м; $d = 0,03$ м; $h_s = b_s = 0,005$ м; $\delta_{\min} = 0,03$ м.

² Ось x комплексной плоскости располагается на нижней границе полосы, начало координат находится на магнитной оси фазы A статора. Ширина полосы принимается равной среднему воздушному зазору [10]: $\delta = \delta_{\min} + (\delta_{\max} - \delta_{\min})/3$.

$$B_{Ax}(x, y) = \frac{2\alpha\mu_0 i_A w_A}{\pi p} \times \sum_{k=1}^{\infty} k_{wk} \frac{\sin[(2k-1)\alpha x] \operatorname{sh}[(2k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}[(2k-1)\alpha \delta]},$$

$$B_{Ay}(x, y) = \frac{2\alpha\mu_0 i_A w_A}{\pi p} \times \sum_{k=1}^{\infty} k_{wk} \frac{-\cos[(2k-1)\alpha x] \operatorname{ch}[(2k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}[(2k-1)\alpha \delta]}, \quad (23)$$

$$B_{fx}(x, y, \vartheta) = -\frac{4\mu_0 \alpha i_f w_f}{\pi \beta} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\beta}{(2n-1)\operatorname{sh}(2n-1)\alpha \delta} \cos\left[(2n-1)\alpha\left(x + \frac{\tau}{2} - \vartheta\right)\right] \times \operatorname{sh}(2n-1)\alpha(y-\delta);$$

$$B_{fy}(x, y, \vartheta) = -\frac{4\mu_0 \alpha i_f w_f}{\pi \beta} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\beta}{(2n-1)\operatorname{sh}(2n-1)\alpha \delta} \sin\left[(2n-1)\alpha\left(x + \frac{\tau}{2} - \vartheta\right)\right] \times \operatorname{ch}(2n-1)\alpha(y-\delta); \quad (24)$$

где δ – размер воздушного зазора; $\alpha = \pi/\tau$; ϑ – сдвиг продольной оси ротора относительно оси магнитного поля статора; $\beta = \frac{1}{2}(\tau - b_p)\frac{\pi}{\tau}$; b_p – ширина полюса; w_f – число витков обмотки возбуждения на одном полюсе.

Ток i_A фазы A обмотки статора создаёт максимальный магнитный поток основной гармоники в воздушном зазоре

$$\Phi_{A \max} = l_\delta \int_{\tau/2}^{3\tau/2} B_{Ay}(x, y) dx = \frac{4}{\pi p} \mu_0 l_\delta i_A w_A k_{w1} \frac{\operatorname{ch}(\alpha, y)}{\operatorname{sh}(\alpha, \delta)},$$

создает с обмоткой возбуждения максимальное потосцепление

$$\Psi_{f \max} = 2 p w_f \Phi_{A \max},$$

позволяющее найти амплитуду индуктивности взаимной индукции

$$L_{fA \max} = \Psi_{f \max} / i_A = \frac{8}{\pi} \mu_0 l_\delta w_A k_{w1} w_f \frac{\operatorname{ch}(\alpha, y)}{\operatorname{sh}(\alpha, \delta)}. \quad (25)$$

Ток обмотки возбуждения i_f создает в воздушном зазоре магнитный поток основной гармоники Φ_f . В соответствии со второй формулой (24)

$$\Phi_f = l_\delta \int_{\tau/2}^{3\tau/2} B_{fy}(x, y) dx = \frac{8}{\pi} \mu_0 i_f w_f l_\delta \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\operatorname{ch}[\alpha(y-\delta)]}{\operatorname{sh}(\alpha, \delta)},$$

тогда будет справедливо

$$L_{Af \max} = \frac{w_A k_{w1} \Phi_f}{i_f} = \frac{8}{\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} \mu_0 l_\delta w_A k_{w1} w_f \frac{\operatorname{ch}[\alpha(y-\delta)]}{\operatorname{sh}(\alpha, \delta)}. \quad (26)$$

Сравнивая (25) и (26), видим, что для $y = \delta/2$ (в середине воздушного зазора)

$$L_{Af \max} = L_{fA \max} k_\Phi,$$

где $k_\Phi = \frac{\sin \beta}{\beta}$ – коэффициент формы МДС обмотки возбуждения.

Выражения для составляющих основной гармоники магнитной индукции в воздушном зазоре, вызванных токами демпферных контуров:

$$B_{nx}(x, y, \vartheta) = \frac{4\mu_0 i_n}{\tau} \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \times \frac{\cos\left[\alpha\left(x + \frac{\tau}{2} - \vartheta\right)\right] \operatorname{sh}[\alpha(y-\delta)]}{\operatorname{sh}(\alpha, \delta)};$$

$$B_{ny}(x, y, \vartheta) = -\frac{4\mu_0 i_n}{\tau} \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \times \frac{\sin\left[\alpha\left(x + \frac{\tau}{2} - \vartheta\right)\right] \operatorname{sh}[\alpha(y-\delta)]}{\operatorname{sh}(\alpha, \delta)}, \quad (27)$$

где $x_{1(2)}$ – ширина контуров демпферной обмотки (см. рисунок).

В соответствии со второй формулой (27) для радиальной магнитной индукции $B_{ny}(x, y, \vartheta)$, созданной током n -го контура демпферной обмотки, значение индуктивности взаимной индукции этого контура с обмоткой фазы A статора по основной гармонике будет равно

$$L_{An} = \frac{\Psi_{An}}{i_n} = \frac{8\mu_0}{\pi} w_A k_{w1} l_\delta \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \frac{\operatorname{ch}[\alpha(y-\delta)]}{\operatorname{sh}(\alpha, \delta)}, \quad (28)$$

где

$$\Psi_{An} = w_A k_{w1} l_\delta \int_{\tau/2}^{3\tau/2} B_{ny}(x, y, \vartheta) dx = \frac{8\mu_0}{\pi} w_A k_{w1} l_\delta i_n \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \frac{\operatorname{ch}[\alpha(y-\delta)]}{\operatorname{sh}(\alpha, \delta)}$$

определяется для $\vartheta = 0$.

Аналогично с учетом второй формулы (23) для магнитной индукции $B_{Ax}(x, y, \vartheta)$ применительно к основной гармонике определяем

$$L_{nA} = \frac{\Psi_{nA}}{i_A} = \frac{8\mu_0}{\pi} l_{\delta} w_A k_{w1} \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \frac{\text{ch}(\alpha y)}{\text{sh}(\alpha \delta)}, \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_{nA} &= 2pl_{\delta} \int_{\tau-x_{1(2)}/2}^{\tau+x_{1(2)}/2} B_{Ay}(x, y, \vartheta) dx = \\ &= \frac{8\mu_0 l_{\delta} i_A w_A k_{w1}}{\pi} \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \frac{\text{ch}(\alpha y)}{\text{sh}(\alpha \delta)} \end{aligned}$$

определяется для $\vartheta=0$.

Сравнивая (28) и (29), видим, что для $y=\delta/2$

$$L_{An} = L_{nA}.$$

Для индуктивностей взаимоиндукции демпферных контуров с обмоткой возбуждения будет справедливо

$$L_{fn} = \frac{\Psi_{fn}}{i_n} = \frac{16\mu_0}{\pi} p w_f l_{\delta} \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \frac{\text{ch}[\alpha(y-\delta)]}{\text{sh}(\alpha \delta)}, \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_{fn} &= 2p w_f l_{\delta} \int_{\tau/2}^{3\tau/2} B_{ny}(x, y, \vartheta) dx = \\ &= \frac{16\mu_0}{\pi} p w_f l_{\delta} i_n \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \frac{\text{ch}[\alpha(y-\delta)]}{\text{sh}(\alpha \delta)} \end{aligned}$$

определяется для $\vartheta=0$.

$$L_{nf} = \frac{\Psi_{nf}}{i_f} = \frac{16\mu_0}{\pi} p w_f l_{\delta} \frac{\sin \beta}{\beta} \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \frac{\text{ch}[\alpha(y-\delta)]}{\text{sh}(\alpha \delta)}, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_{nf} &= 2pl_{\delta} \int_{\tau-x_{1(2)}/2}^{\tau+x_{1(2)}/2} B_{fy}(x, y, \vartheta) dx = \\ &= \frac{16\mu_0}{\pi} p w_f l_{\delta} i_f \frac{\sin \beta}{\beta} \sin\left(\frac{\alpha x_{1(2)}}{2}\right) \frac{\text{ch}[\alpha(y-\delta)]}{\text{sh}(\alpha \delta)} \end{aligned}$$

определяется для $\vartheta=0$.

Сравнивая (30) и (31), видим, что

$$L_{fn} = L_{nf} \frac{1}{k_{\Phi}}$$

Равенство этих индуктивностей будет иметь место только при параметре $\beta=0$, когда коэффициент формы МДС обмотки возбуждения $k_{\Phi} = \sin \beta / \beta$ станет равным единице, т.е. когда форма МДС обмотки возбуждения вырождается из трапеции в прямоугольник. У фаз обмотки статора и контуров демпферной обмотки принцип взаимности для индуктивностей взаимоиндукции выполняется:

$$L_{AB} = L_{BA}; L_{BC} = L_{CB}; L_{CA} = L_{AC}; L_{nk} = L_{kn},$$

так как структуры МДС взаимодействующих обмоток идентичны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Важнов А.И.** Переходные процессы в машинах переменного тока. Л.: Энергия, 1980, 256 с.
2. **Постников И.М.** Обобщённая теория и переходные процессы электрических машин. М.: Высшая школа, 1975, 319 с.
3. **Гамазин С.И., Ставцев В.А., Цырук С.А.** Переходные процессы в системах промышленного электроснабжения, обусловленные электродвигательной нагрузкой. М.: Изд-во МЭИ, 1997, 424 с.
4. **Андерсон П., Фуад А.** Управление энергосистемами и устойчивость/Пер. с англ. М.: Энергия, 1980, 568 с.
5. **Рюденберг Р.** Эксплуатационные режимы электроэнергетических систем и установок/Пер. с нем. Л.: Энергия, 1981, 578 с.
6. **Лупкин В.М.** Теория несимметричных переходных процессов синхронной машины. Л.: Наука, 1985, 148 с.
7. **Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Власов А.И., Кузнецов В.А.** Универсальный метод расчёта электромагнитных процессов в электрических машинах/Под ред. А.В. Иванова-Смоленского. М.: Энергоатомиздат, 1986, 216 с.
8. **Талалов И.И.** Параметры и характеристики явнополюсных синхронных машин. М.: Энергия, 1978, 264 с.
9. **Данилевич Я.Б., Домбровский В.В., Казовский Е.Я.** Параметры электрических машин переменного тока. М., Л.: Наука, 1965, 340 с.
10. **Абрамов А.И., Иванов-Смоленский А.В.** Расчёт и конструкция гидрогенераторов. М.: Высшая школа, 1964, 260 с.
11. **Афанасьев А.А.** Расчёт магнитного поля магнитоэлектрических машин на основе комплексной потенциальной функции. – Электричество, 2014, № 1, с. 41–47.
12. **Градштейн И.С., Рыжик И.М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963, 1108 с.

[23.12.2019]

А в т о р: Афанасьев Александр Александрович – доктор техн. наук, профессор Чувашского государственного университета, диссертацию защитил в 1991 г.

Calculation of Equivalent Contours of Damper Winding and Inductance of Mutual Induction of Synchronous Machine

AFANAS'YEV Alexander A. (*Chuvash State University, Cheboksary, Russia*) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

Formulas for calculating the leakage inductances and resistances of the equivalent damper winding of a salient-pole synchronous machine are proposed. The proposed formulas are based on the equality of the leakage field and thermal loss energies in a real winding and in its virtual image. Based on the equality of the MMFs of the real and equivalent damper windings, calculations for determining the number of turns in the equivalent damper winding are carried out. A 2D mathematical model of a synchronous machine with a uniform air gap is analyzed using complex periodic potential functions. It is shown that the reciprocity principle is not fulfilled in the mutual inductances of the stator winding phases and rotor windings due to difference in the MMF shapes of these windings. This principle is fulfilled for the mutual inductances between the stator winding phases and damper winding circuits.

Key words: *synchronous machines, pulsating field, slot and end winding leakages, MMF of damper circuits, potential functions, 2D model, reciprocity principle of mutual inductances*

REFERENCES

1. **Vazhnov A.I.** *Perekhodnyye protsessy v mashinakh peremennogo toka* (Transients in AC machines). Leningrad, Energiya, 1980, 256 p.
2. **Postnikov I.M.** *Obobshchennaya teoriya i perekhodnyye protsessy elektricheskikh mashin* (Generalized theory and transients of electrical machines). Moscow, Vysshaya shkola, 1975, 319 p.
3. **Gamazin S.I., Stavtsev V.A., Tsyruk S.A.** *Perekhodnyye protsessy v sistemakh promyshlennogo elektrosnabzheniya, obuslovlennyye elektrodvigatel'noy nagruzkoy* (Transients in industrial power supply systems due to electric motor load). Moscow, Publ. of MPEI, 1997, 424 p.
4. **Anderson P., Fuad A.** *Upravleniye energosistemami i ustoychivost'/Per. s angl.* (Management of energy systems and stability/Trans. from English). Moscow, Energiya 1980, 568 p.
5. **Ryudenberg R.** *Ekspluatatsionnyye rezhimy elektroenergeticheskikh sistem i ustanovok/Per. s nem.* (Operational modes of electric power systems and installations/Trans. from German). Leningrad, Energiya, 1981, 578 p.
6. **Lupkin V.M.** *Teoriya nesimmetrichnykh perekhodnykh protsessov sinkhronnoy mashiny* (Theory of asymmetric transients of a synchronous machine). Leningrad, Nauka, 1985, 148 p.
7. **Ivanov-Smolenskiy A.V., Abramkin YU.V., Vlasov A.I., Kuznetsov V.A.** *Universal'nyy metod rascheta elektromagnitnykh protsessov v elektricheskikh mashinakh/Pod red. A.V. Ivanova-Smolenskogo* (Universal method for calculating electromagnetic processes in electrical machines/Ed. by A.V. Ivanov-Smolenskiy). Moscow, Energoatomizdat, 1986, 216 p.
8. **Talalov I.I.** *Parametry i kharakteristiki yavnopolyusnykh sinkhronnykh mashin* (Parameters and characteristics of explicit pole synchronous machines). Moscow, Energiya, 1978, 264 p.
9. **Danilevich Ya.B., Dombrovskiy V.V., Kazovskiy Ye.Ya.** *Parametry elektricheskikh mashin peremennogo toka* (Parameters of AC electric machines). Moscow, Leningrad, Nauka, 1965, 340 p.
10. **Abramov A.I., Ivanov-Smolenskiy A.V.** *Raschet i konstruktziya gidrogeneratorov* (Calculation and design of hydrogenerators). Moscow, Vysshaya shkola, 1964, 260 p.
11. **Afanas'yev A.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 1, pp. 41–47.
12. **Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M.** *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy* (Tables of integrals, sums, series and products). Moscow, Fizmatgiz, 1963, 1108 p.

[23.12.2019]