

Особенности моделирования электрического и магнитного поверхностного эффекта от переменных электромагнитных полей в Femm

КРУТИКОВ К.К., РОЖКОВ В.В.

Теория электромагнитного поля остается одним из сложнейших разделов электротехники, изучаемой студентами профильных вузов. Компьютерное моделирование является современным средством, позволяющим освоить этот раздел более эффективно. Особенно это важно в связи с усилением роли самостоятельной работы студентов в нынешних образовательных программах. Однако даже достаточно совершенные средства компьютерного моделирования содержат некоторые скрытые особенности. Преодолению затруднений, возникающих при использовании программы Femm для моделирования переменных электромагнитных полей, и посвящена настоящая статья. Показано, что влияние электрического поверхностного эффекта в проводниках на переменном токе моделируется в Femm некорректно. В свою очередь, влияние магнитного поверхностного эффекта в заготовках без сторонних токов, помещенных в магнитное поле индуктора на заданной частоте, моделируется правильно. Приведены примеры полевых моделей для рассматриваемых вариантов.

К л ю ч е в ы е с л о в а: переменное электромагнитное поле, электрический и магнитный поверхностный эффект, токопровод, компьютерное моделирование

Соображения учебно-методического характера [1, 2] дают надежду улучшить результаты усвоения студентами электротехнических вузов теории электромагнитного поля. Предлагается существенно перестроить изложение с приоритетом компьютерного моделирования по отношению к традиционным аналитическим методам. Особенно это важно сейчас, когда в современных образовательных программах делается всё больший уклон в сторону самостоятельной работы студентов в противовес аудиторным занятиям. Компьютерное моделирование при этом позволяет значительно быстрее достичь необходимого результата, заинтересовав студента как сутью, так и формой его получения. И тут очень важно знать и понимать особенности и проблемы в применяемых средствах моделирования.

Заметен рост интереса к научно-техническим полевым задачам также с позиций сеточного компьютерного моделирования. Среди многих можно отметить и программу Femm Д. Меекера (David Meeker) [3] последних версий. В ней моделирование, включая гармонические электромагнитные поля, представлено в форме, сохраняющей баланс научной основы и максимально упрощающей действия пользователя. Признаком ее признания служат учебно-методические пособия для высшей школы, например [4, 5].

Постановка задачи в статье касается именно этих особенностей программы Femm, в которой

имеется некоторая недоговоренность, приводящая к ошибкам. Для понимания вопроса можно обратиться к известным положениям теории [6].

Для переменного электромагнитного поля $\frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$, поэтому электрическое и магнитное поля нельзя рассматривать независимо. В квазистационарных переменных во времени полях взаимное влияние электрического и магнитного полей не учитывается, что может быть оправдано при сравнительно низких частотах.

Если принять среду с линейными магнитными свойствами ($\mu = \text{const}$) и рассматривать синусоидальные поля с частотой ω , то от уравнений для мгновенных векторов можно перейти к уравнениям для действующих комплексных векторов. Плотность тока внешнего (стороннего) источника, а также параметры материалов и значения векторного магнитного потенциала A на границах должны быть заданы. Предполагается, что все величины изменяются синусоидально с частотой ω .

Уравнениям для мгновенных переменных в линейных средах соответствуют комплексные уравнения для действующих значений векторов и скаляров:

$$\text{rot} \dot{H} = \dot{\delta}_{\text{пров}} + \dot{\delta}_{\text{стор}} + j\omega \dot{D} = (\sigma + j\omega \epsilon \epsilon_0) \dot{E} + \dot{\delta}_{\text{стор}}; \quad (1)$$

$$\text{rot} \dot{E} = -j\omega \dot{B} = -j\omega \mu \mu_0 \dot{H}; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \dot{D} = \dot{\rho}_{\text{своб}}; \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \dot{B} = 0. \quad (4)$$

Векторное уравнение Даламбера при калибровке Лоренца для комплексного векторного магнитного потенциала приобретает вид:

$$\nabla^2 \dot{A} + (-j\omega\sigma\mu_0 + \omega^2 \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0)\dot{A} = -\mu\mu_0\dot{j}_{\text{стор}}. \quad (5)$$

Скалярное уравнение Даламбера при калибровке Лоренца для комплексного скалярного электрического потенциала имеет подобный вид:

$$\nabla^2 \dot{\varphi} + (-j\omega\sigma\mu_0 + \omega^2 \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0)\dot{\varphi} = -\frac{\dot{\rho}_{\text{своб}}}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Различие моделей при переменном токе в сравнении с постоянным задается изменением уравнения Даламбера для комплексного векторного магнитного потенциала. При этом в большинстве случаев в среде с проводящими и диэлектрическими свойствами во всем диапазоне применяемых частот составляющая тока проводимости гораздо больше составляющей тока смещения ($\sigma \gg \omega\varepsilon\varepsilon_0$). Исключения составляют поля в неметаллических проводящих средах (морская вода, земля и другие с малой проводимостью при очень высоких частотах). Эти разделы поля рассматриваются в задачах радиотехники и радиолокации.

При пренебрежении токами смещения в областях со сторонними токами, ориентированными по оси z , имеем:

с учетом частоты в декартовой системе координат

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial y^2} - j\omega\mu\mu_0\sigma\dot{A}_z = -\mu\mu_0\dot{j}_{\text{стор}z}, \quad (6)$$

где \dot{A}_z – векторный потенциал – комплексный; $\dot{j}_{\text{стор}z}$ – вектор плотности стороннего тока (внешнего источника). При его отсутствии правая часть уравнения дает нуль (уравнение Лапласа).

Именно такие поля рассматриваются в программе Femm.

Граничные условия для комплексного векторного магнитного потенциала в этом поле в программе Femm задаются уравнением:

$$\dot{A}_z = (A_0 + A_1 x + A_2 y)e^{j\varphi}, \quad (7)$$

тогда

$$\frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x} = A_1 e^{j\varphi} = -\dot{B}_y; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \dot{A}_z}{\partial y} = A_2 e^{j\varphi} = \dot{B}_x. \quad (9)$$

Для плоскомеридианных полей в цилиндрической системе координат уравнение для гармонических полей имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial r^2} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial \varphi^2} - j\omega\mu\mu_0\sigma\dot{A}_z = -\mu\mu_0\dot{j}_{\text{стор}z}. \quad (10)$$

В случае симметрии поля (не зависящего от угла азимута φ) уравнение упрощается:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial r} \right) - j\omega\mu\mu_0\sigma\dot{A}_z = -\mu\mu_0\dot{j}_{\text{стор}z}. \quad (11)$$

Решение задачи в программе Femm на переменном токе базируется на уравнениях (6)–(11), так что учет поверхностного эффекта на границах сред должен выполняться автоматически. Однако в ней граничные условия на поверхности проводников на переменном токе с учетом ярко выраженного поверхностного эффекта учитываются отдельно и задаются в виде условия Робина [3]:

$$\frac{\partial A}{\partial n} \left(\frac{1+j}{\delta} \right) A = 0, \quad (12)$$

где δ , м, – глубина проникновения;

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\mu_0\sigma}}. \quad (13)$$

Из сравнения (11) с (12) и (13) следует, что они не противоречат друг другу только в областях, не занятых сторонними токами.

Отсюда следует: программа Femm может правильно учитывать сильно выраженный поверхностный эффект только в областях, не занятых свободными токами (при так называемом магнитном поверхностном эффекте).

Применение Femm авторами в учебном процессе и научной работе в течение ряда лет не могло выявить данной особенности, что приводило к явным противоречиям с теорией и утрате доверия к программе. Так, хрестоматийные примеры электрического поверхностного эффекта в одиночном проводе с заданным (сторонним) переменным током, в соосном (коаксиальном) кабеле и ряде других систем со сторонними токами на границе сред давало ошибочные результаты. Как только причина противоречий была установлена, все встало на свои места.

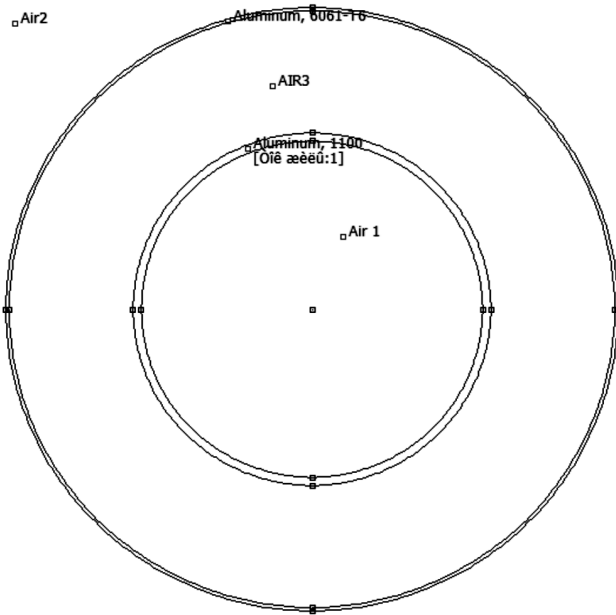


Рис. 1. Модель одиночного трубчатого токопровода в воздухе с внешней разомкнутой границей

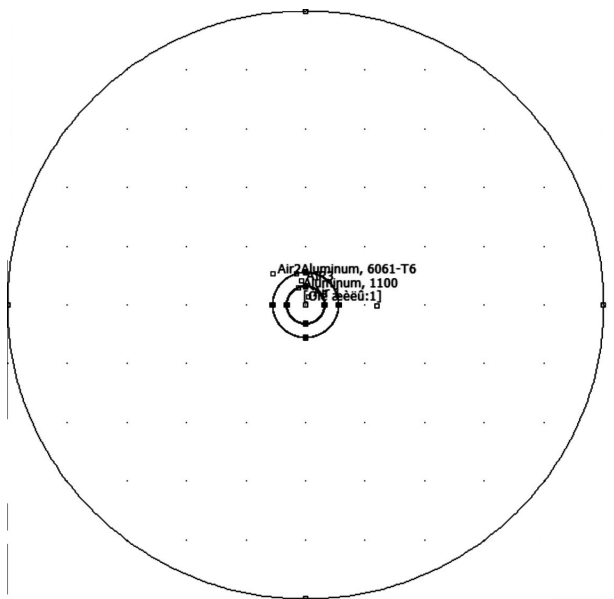


Рис. 2. Внешняя граница модели одиночного трубчатого токопровода

Пример. Рассматривается одиночный трубчатый токопровод в воздухе с внешней разомкнутой границей, на переменном токе частотой 50 Гц. Параметры токопровода: наружный диаметр 400 мм, толщина трубы 20 мм, материал – алюминий; длина в осевом направлении 1 см.

Пусть провод окружен соосной цилиндрической оболочкой с нулевым сторонним током, а размеры оболочки и ее материал – те же, что и у возможной оболочки соосного кабеля, так что картина задания напоминает поле соосного кабеля. Различие с кабелем состоит в том, что оболочка свободна от сторонних токов (рис. 1).

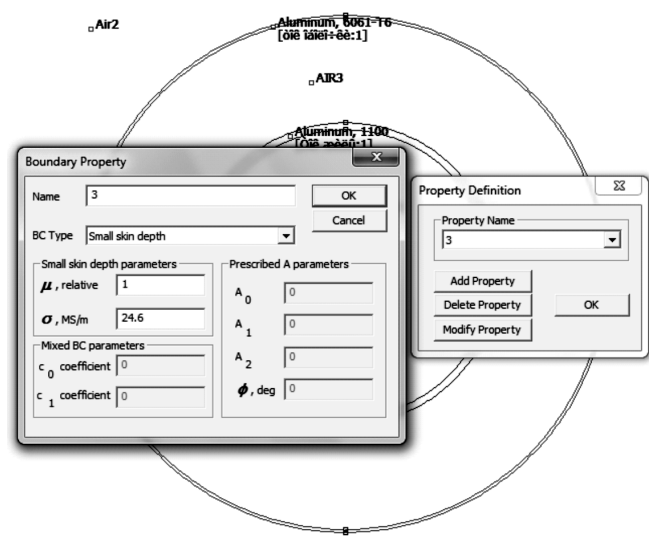


Рис. 3. Задание ярко выраженного поверхностного эффекта на внутренней и наружной поверхностях

Сторонний ток $I=14$ кА – переменный, частота 50 Гц, радиус внешней границы модели принят 5 м (рис. 2).

В рассматриваемом варианте граничные условия на оболочке с нулевым током совпадают с теми, когда можно учесть поверхностный эффект по Femm без ошибки.

Для моделирования ярко выраженного поверхностного эффекта на внутренней и наружной поверхностях оболочки задаем по методике Femm предназначенные для этого случая граничные условия (рис. 3).

Картина поля с прямой, вдоль которой строятся зависимости индукции и плотности тока, показана на рис. 4.

Распределение индукции вдоль прямой показано на рис. 5, а плотности тока – на рис. 6 (области A и B на этом рисунке показывают в крупном масштабе распределение плотности тока в оболочке и трубе соответственно).

Энергия магнитного поля во внешней области между проводом и оболочкой показана на рис. 7.

Интегральные показатели оболочки приведены на рис. 8.

Цепные показатели трубчатого токопровода с учетом действия оболочки показаны на рис. 9.

Видно, что приведенные графики правильно учитывают поверхностный эффект и вытеснение поля вблизи оболочки.

Моделирование двухпроводного однофазного токопровода в свободном пространстве без экрана (рис. 10) на переменном токе с учетом поверхностного эффекта не имеет смысла, поскольку учет поверхностного эффекта на поверхности проводов с токами программа Femm выполняет неправильно.

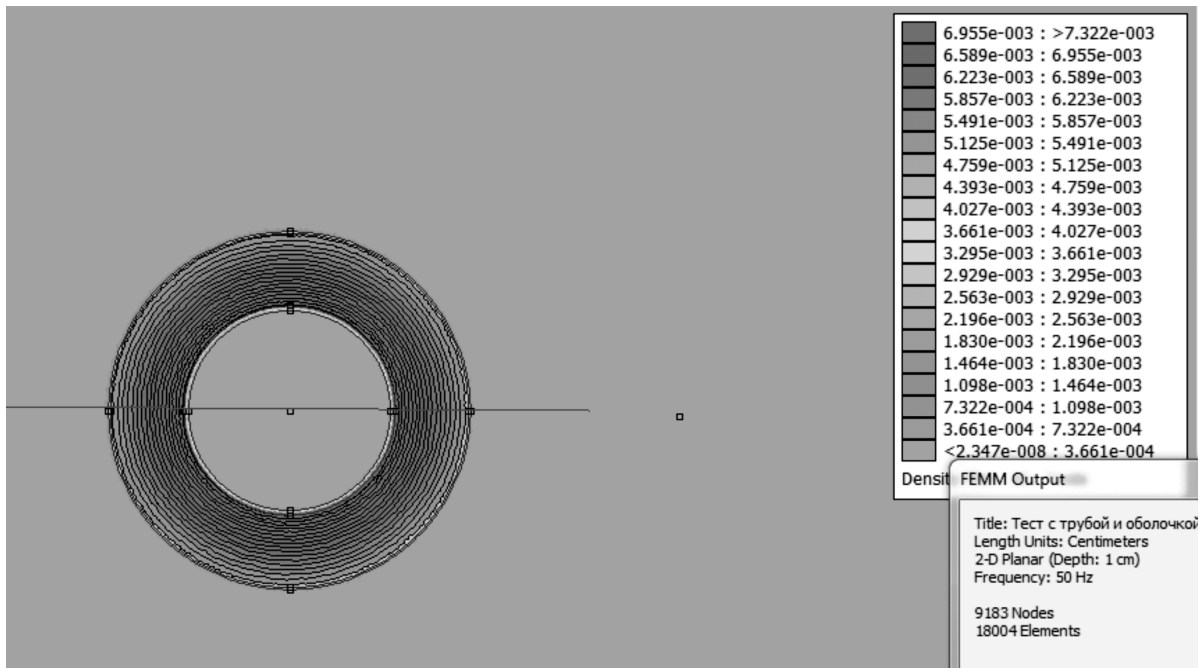


Рис. 4. Картина поля

Можно создать модель однофазного токопровода с двумя трубчатыми токопроводами на переменном токе, окруженными экраном из различных материалов. Этот опыт в Femm будет правильным. Еще более интересным является вариант трехфазного токопровода из трех трубчатых алюминиевых проводов, каждый из которых окружен соосной цилиндрической оболочкой (экраном) также из алюминия. Такой токопровод от турбогенератора к повышающему трансформатору применяется в филиале АО «Концерн Росэнергоатом» «Смоленская атомная станция» (САЭС). Разнообразие подобных примеров велико. Моделирование же поверхност-

ного эффекта в Femm можно проводить успешно, пользуясь рекомендациями, приведенными в выводах к настоящей статье.

Выводы. 1. Можно считать установленным экспериментально факт, что моделирование ярко выраженного поверхностного эффекта в Femm возможно только в отдельных случаях.

2. Электрический поверхностный эффект в проводниках на переменном токе моделировать в Femm не следует, поскольку результат будет ошибочным, в отличие от моделирования магнитного поверхностного эффекта в заготовках без сторон-

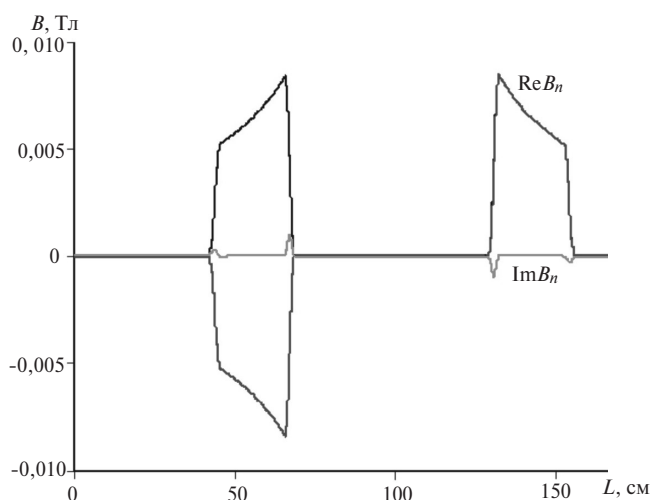


Рис. 5. Распределение индукции

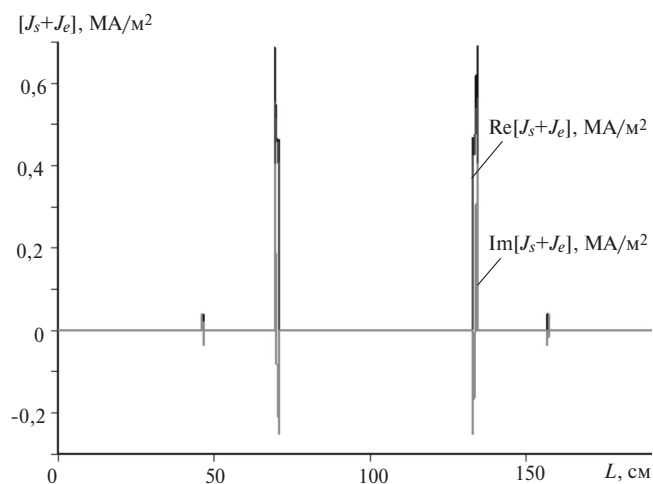


Рис. 6. Распределение плотности тока

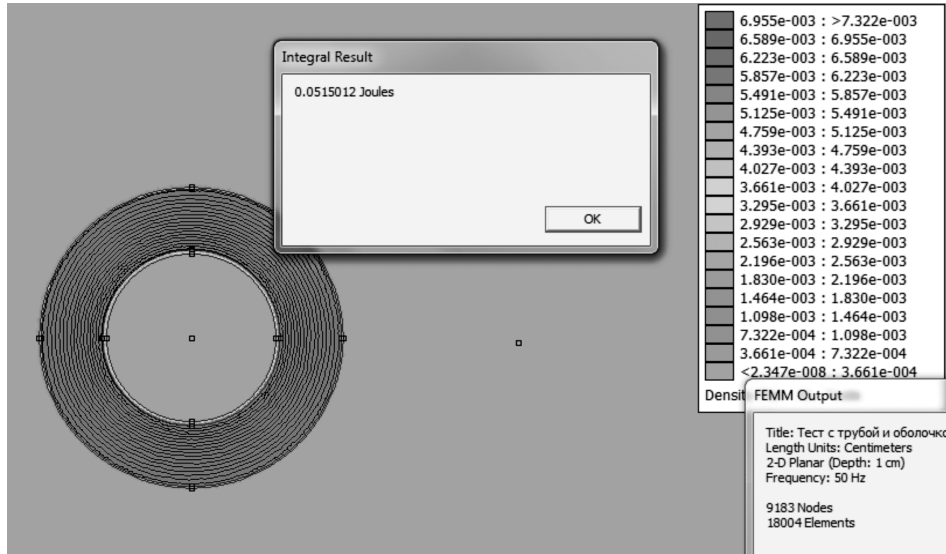


Рис. 7. Энергия магнитного поля во внешней области между проводом и оболочкой

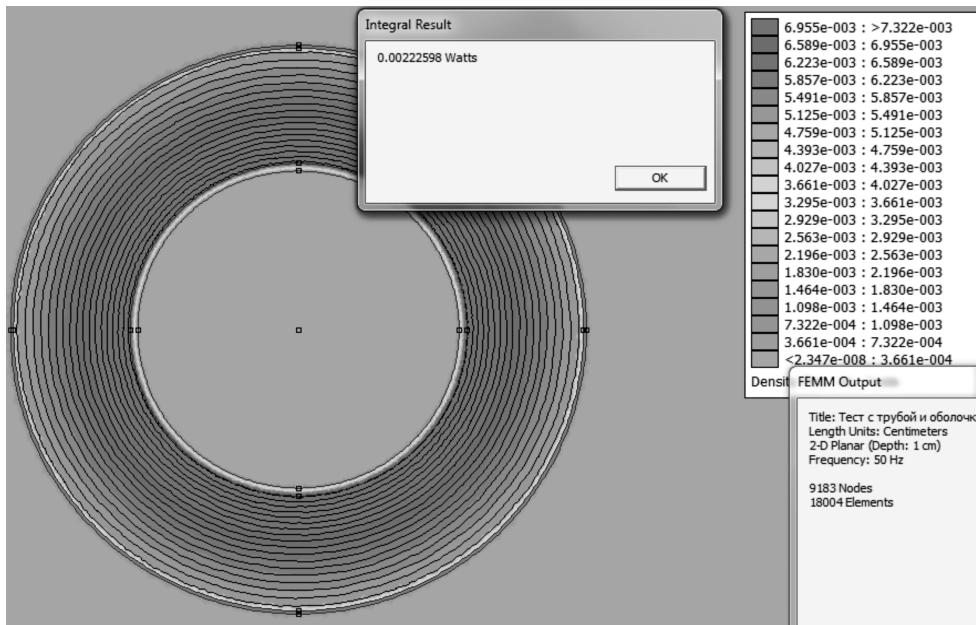


Рис. 8. Интегральные показатели оболочки

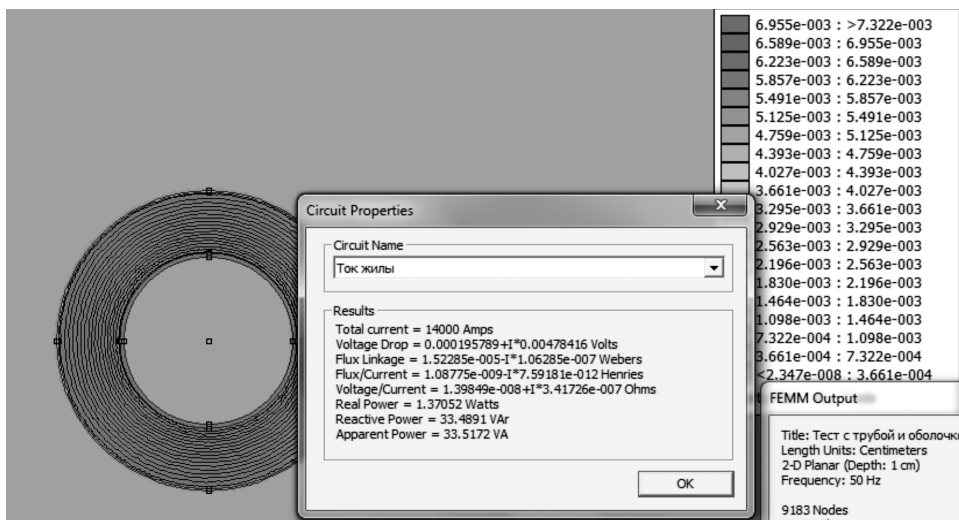


Рис. 9. Цепные показатели трубчатого токопровода с учетом действия оболочки

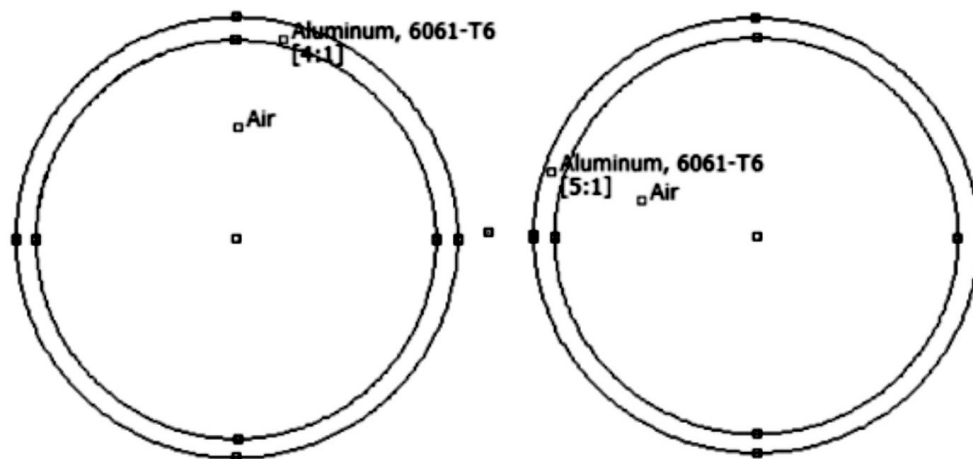


Рис. 10. Модель двухпроводного однофазного токопровода в свободном пространстве без экрана

них токов, помещенных в магнитное поле индуктора на заданной частоте.

Работа выполнена в рамках государственного задания, проект № FSWF-020-0019.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бутырин П.А., Дубицкий С.Д., Коровкин Н.В. Использование компьютерного моделирования в преподавании теории электромагнитного поля. — Электричество, № 10, 2014, с. 66–71.
2. Сборник задач по теоретическим основам электротехники/Под ред. П.А. Бутырина. Т. 2. Электрические цепи с распределенными параметрами. Электромагнитное поле. М.: Издат. дом МЭИ, 2012, 571 с.
3. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. FEMM. Инструкция пользователя [Электрон. ресурс] <http://www.femm.info/Archives/doc/manual.pdf>. (дата обращения 14.01.2020).
4. Байда Е.И. Расчет электромагнитных и тепловых полей с помощью программы FEMM: Учебно-методическое пос. для студентов и аспирантов электротехнических специальностей, изд. 2-е. Харьков: Национальный технический университет «ХПИ», 2015, 147 с.; приложение к учебному пос. (на русск. яз.) — НТУ «ХПИ», 2015, 156 с.
5. Солнышкин Н.И. Теоретические основы электротехники. Моделирование электромагнитных полей: Методические указания по выполнению расчетных и лабораторных работ (для студентов, обучающихся по направлению «электроэнергетика и электротехника», квалификация «бакалавр»). Псков: Изд-во Псковского технического университета, 2013, 64 с.
6. Мионов В.Г., Казанцев Ю.А., Кузовкин В.А. Переменные электромагнитные поля/Под ред. Е.Ф. Зимина. М.: Изд-во МЭИ, 1995, 128 с.
7. Бутырин П.А., Дубицкий С.Д., Коровкин Н.В. Численное моделирование электромагнитных полей: мультифизические задачи, инструментарий и обучение. — Электричество, 2019, № 6, с. 51–58.
8. VanHese J., Sercu J., Pissort D., Lee H-S. State of the Art in EM Software for Microwave Engineers. — Agilent Technologies Application Note 5990-3225EN, February 2009.
9. Аполлонский С.М. Моделирование и расчёт электромагнитных полей в технических устройствах. Том III. Расчёты электромагнитных полей в научных и инженерно-технических задачах: Учебник. — М.: Русайнс, 2020, 392 с.
10. Башарин С.А., Фёдоров В.В. Теоретические основы электротехники: Теория электрических цепей и электромагнитного поля: Учебное пос. М.: Академия, 2007, 304 с.

[05.02.2020]

А в т о р ы: Крутиков Кирилл Кириллович — кандидат техн. наук, доцент филиала НИУ «Московский энергетический институт» в Смоленске, диссертацию защитил в 1974 г.

Рошков Вячеслав Владимирович — кандидат техн. наук, зав. кафедрой филиала НИУ «МЭИ» в Смоленске, диссертацию защитил в 2004 г.

Electrichestvo, 2020, No. 8, pp. 51–57

DOI:10.24160/0013-5380-2020-8-51-57

The Specific Features of Modeling the Electrical and Magnetic Skin Effects from Alternating Electromagnetic Fields Using the FEMM Computer Program

KRUTIKOV Kirill K. (Branch of National Research University «Moscow Power Engineering Institute» — NRU «MPEI», Smolensk, Russia) — Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

ROZHKOV Vyacheslav V. (Branch of NRU «MPEI», Smolensk, Russia) — Head of the Department, Cand. Sci. (Eng.)

The electromagnetic field theory still remains among of the most difficult sections of electrical engineering that are studied by the students of relevant universities. Computer modeling is a modern tool that helps master this section in a more efficient way. This is especially important in view of the trend toward increasing the role of independent work assigned to students in the modern educational programs.

However, even quite advanced computer modeling tools still contain some hidden features. The article addresses the problem of overcoming the difficulties encountered in using the FEMM computer program for modeling alternating electromagnetic fields. It has been found that the way in which the FEMM computer program models the influence of the electrical skin effect in alternating current conductors is incorrect. At the same time, the FEMM computer program models the influence of the magnetic skin effect in billets free from extraneous currents placed in the magnetic field of an inductor at a specified frequency is a correct way. Examples of field models for the considered cases are given.

К е у w o r d s: *alternating electromagnetic field, electric and magnetic skin effect, conductor, computer modeling*

REFERENCES

1. **Butyrin P.A., Dubitskiy S.D., Korovkin N.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, No. 10, 2014, pp. 66–71.
2. **Sbornik zadach po teoreticheskim osnovam elektrotehniki/Pod red. P.A. Butyrina. Vol. 2. Elektricheskiye tsepi s raspredelennymi parametrami. Elektromagnitnoye pole** (A collection of tasks on the theoretical foundations of electrical engineering/Ed. P.A. Butyrin. Vol. 2. Electric circuits with distributed parameters. Electromagnetic field). M.: Izdat. dom MEI, 2012, 571 p.
3. **Meeker D.** Finite Element Method Magnetics. FEMM. (Finite Element Method Magnetics. FEMM. User Manual) [Elektron. Resourse] <http://www.femm.info/Archives/doc/manual.pdf>. (Data of appeal 14.01.2020).
4. **Bayda Ye.I.** *Raschet elektromagnitnykh i teplovykh poley s pomoshch'yu programmy FEMM: Uchebno-metodicheskoye pos. dlya studentov i aspirantov elektrotekhnicheskikh spetsial'nostey, izd. 2-ye. Khar'kov: Natsional'nyy tekhnicheskyy universitet «KHPI», 2015, 147 s.; prilozheniye k uchebnomu pos. (na russk. yaz.)* (Calculation of electromagnetic and thermal fields using the FEMM program: Educational-methodical pos. for undergraduate and postgraduate students in electrical engineering, ed. 2nd. Kharkov: National Technical University «KhPI», 2015, 147 p.; appendix to the educational pos. (in Russian). NTU «KHPI», 2015, 156 p.
5. **Solnyshkin N.I.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotehniki. Modelirovaniye elektromagnitnykh poley: Metodicheskiye ukazaniya po vypolneniyu raschetnykh i laboratornykh rabot (dlya studentov, obuchayushchikhsya po napravleniyu «elektroenergetika i elektrotehnika», kvalifikatsiya «bakalavr»)* (Theoretical foundations of electrical engineering. Modeling of electromagnetic fields: Guidelines for the implementation of computational and laboratory work (for students studying in the field of «electric power and electrical engineering», qualification «Bachelor»). Pskov: Izd-vo Pskovskogo tekhnicheskogo universiteta, 2013, 64 p.
6. **Mironov V.G., Kazantsev YU.A., Kuzovkin V.A.** *Peremennyye elektromagnitnyye polya/Pod red. Ye.F. Zimina* (Variable Electromagnetic Fields/Ed. E.F. Zimin). M.: Izd-vo MEI, 1995, 128 p.
7. **Butyrin P.A., Dubitskiy S.D., Korovkin N.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2019, № 6, pp. 51–58.
8. **VanHese J., Sercu J., Pissort D., Lee H-S.** State of the Art in EM Software for Microwave Engineers. – Agilent Technologies Application Note 5990-3225EN, February 2009.
9. **Apollonskiy S.M.** *Modelirovaniye i raschet elektromagnitnykh poley v tekhnicheskikh ustroystvakh. Tom III. Raschet elektromagnitnykh poley v nauchnykh i inzhenerno-tekhnicheskikh zadachakh. Uchebnik* (Modeling and calculation of electromagnetic fields in technical devices. Vol. III. Calculations of electromagnetic fields in scientific and engineering problems. Textbook). M.: Rusayns, 2020, 392 p.
10. **Basharin S.A., Fodorov V.V.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotehniki: Teoriya elektricheskikh tsepey i elektromagnitnogo polya: uchebnoye pos.* (Theoretical foundations of electrical engineering: The theory of electrical circuits and electromagnetic fields: a tutorial). M.: Akademiya, 2007, 304 p.

[05.02.2020]