

# Определение коэффициентов затухания по измеренным частотным характеристикам обмоток силовых трансформаторов.

## Ч. 1. Теоретическое рассмотрение

ЛАРИН В.С.,

*ВЭИ – филиал РФЯЦ-ВНИИТФ, Москва, Россия;*

МАТВЕЕВ Д.А.

*НИУ «МЭИ», Москва, Россия*

*Для моделирования высокочастотных процессов и определения воздействий на внутреннюю изоляцию обмоток трансформаторов необходимо наличие достоверных высокочастотных моделей силовых трансформаторов. Точность моделирования высокочастотных резонансных процессов в обмотках определяется тем, насколько корректно модель воспроизводит собственные частоты и затухания свободных колебаний в обмотках. Для создания и верификации высокочастотных моделей силовых трансформаторов необходимо иметь экспериментальные данные о значениях коэффициентов затухания свободных колебаний в обмотках. Известен способ определения коэффициентов затухания на основе измерений передаточных функций напряжений на внутренних точках обмоток и последующей их обработки с применением техники векторной аппроксимации, но применение способа не всегда возможно на практике. В статье представлены результаты теоретических исследований, выполненных для упрощенной схемы замещения обмотки трансформатора. Показано, что оценка коэффициента затухания может быть выполнена по ширине резонансных пиков частотных зависимостей модуля и реактивной составляющей напряжения в средней точке схемы замещения, а также активной составляющей входной проводимости и тока в нейтральной рассматриваемой резонансной схемы.*

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** *силовые трансформаторы, резонансные перенапряжения, обмотка, частотная характеристика, свободные колебания, коэффициент затухания*

Множественные случаи повреждений силовых трансформаторов в результате высокочастотных резонансных перенапряжений, вызванных взаимодействием трансформаторов с внешней сетью [1, 2], привели к бурному развитию подходов к исследованиям и моделированию высокочастотных процессов в обмотках силовых трансформаторов.

В последние годы по линии СИГРЭ тематике развития высокочастотных моделей трансформаторов посвятили свою деятельность рабочие группы А2-С4.39 «Электрические переходные взаимодействия между трансформатором и электрической системой» (2008–2013 гг.) и А2-С4.52 «Высокочастотные модели трансформаторов и реакторов для исследования переходных процессов в электрических сетях» (2015–2020 гг.). Рабочей группой (РГ) А2-С4.52 достигнут большой успех в области высокочастотного моделирования, готовятся к публикации несколько технических брошюр СИГРЭ, содержащих подробное описание подходов к моделированию и сравнению результатов моделирования и измерений на силовых трансформаторах. Работы по развитию высокочастотных моделей продолже-

ны новой РГ А2.63 «Импульсные испытания», начавшей свою работу в 2019 г. РГ А2.63 планируется моделирование высокочастотных переходных процессов в обмотках и определение воздействий на внутреннюю изоляцию трансформаторов.

При наличии достоверных высокочастотных моделей силовых трансформаторов становится возможным решение проблемы резонансных перенапряжений путем координации внутренней изоляции обмоток трансформаторов с ожидаемыми эксплуатационными воздействиями. Важно отметить, что степень достоверности численного моделирования высокочастотных резонансных процессов в обмотках определяется тем, насколько точно модель воспроизводит собственные частоты и затухания свободных колебаний в обмотках. Как правило, применяемые на практике математические модели импульсных перенапряжений в обмотках силовых трансформаторов недостаточно точно воспроизводят частотные зависимости потерь и затухания на собственных частотах, поскольку для расчета импульсных перенапряжений их неточный учет не является критичным [3].

В [4] Б. Густавсен и А. Портильо предложили подход к моделированию высокочастотных процессов в обмотках силовых трансформаторов, основанный на использовании модели «белого ящика» [1] с сосредоточенными параметрами, определяемыми из конструктивных параметров обмоток трансформаторов, и дополнении ее экспериментально полученными коэффициентами затухания. Такая гибридная модель может быть использована для расчетов как в частотной области, например для построения передаточных функций напряжений отдельных точек обмоток, так и во временной области, например для расчета напряжений, наведенных на вторичных обмотках [5].

В [4] для оценки коэффициентов затухания  $\gamma$  собственных колебаний в обмотках на собственных частотах  $\omega$  предложено использовать эмпирическую формулу:

$$\begin{aligned} \gamma / \omega &= 0,022 + 0,058 \cdot 10^{-6} \omega \text{ при } \omega \leq 0,5 \cdot 10^6 \text{ рад/с;} \\ \gamma / \omega &= 0,05 \text{ при } \omega > 0,5 \cdot 10^6 \text{ рад/с.} \end{aligned} \quad (1)$$

Как отмечается в [4], формула (1) была получена на основе результатов [6], представляющих собой обобщение измерений 25 силовых трансформаторов разных типов. При этом из приведенной в [6] экспериментальной зависимости следует, что имеется существенный разброс полученных значений коэффициента затухания, и таким образом формула (1) представляет собой результат усреднения значений, отличающихся друг от друга в несколько раз. О сильном разбросе также говорят приведенные в [4] результаты оценки значений коэффициента затухания для трехобмоточного силового трансформатора мощностью 50 МВА с напряжениями обмоток  $230/\sqrt{3}/69/\sqrt{3}/13,8$  кВ.

В [7] также можно найти иную формулу, приводимую со ссылкой на результаты работы [6]:  $\gamma = 0,022\omega \pm 0,01\omega$ . Она более наглядно показывает существенный разброс значений коэффициента затухания, получаемых для обмоток разных типов силовых трансформаторов.

Работа [6] была опубликована около полувека назад, и очевидно, что с тех пор применяемые материалы и конструкции обмоток претерпели существенные изменения. Так, в силовых трансформаторах теперь повсеместно применяют транспонированные провода, характеризующиеся сниженными добавочными потерями и меньшими значениями коэффициента затухания. Таким образом, использовать формулу (1) следует с осторожностью. В особенности это относится к моделированию резонансных перенапряжений в обмотках трансформаторов, что справедливо отмечается в [5]. При

расчетах резонансных процессов в обмотках к достоверности значений коэффициента затухания предъявляются повышенные требования, поскольку коэффициент затухания определяет кратность резонансных повышений напряжений в обмотках.

Для корректного моделирования резонансных перенапряжений в обмотках желательно использовать значения коэффициентов затухания, полученные экспериментально для трансформаторов полностью идентичной либо по возможности близкой конструкции.

В [8] предложен подход к определению коэффициентов затухания собственных колебаний в обмотках на основе измерений передаточных функций напряжений на внутренних точках обмоток и последующей их обработки с применением техники векторной аппроксимации [9]. Такой подход отличается универсальностью, но его применение на практике требует доступа к внутренним точкам обмоток и наличия специализированных приборов – векторных анализаторов *VNA* (*vector network analyzer*), которые обычно не используются на трансформаторных заводах.

В [3] предложен подход к оценке собственных частот и коэффициентов затухания на основе аппроксимации переходных напряжений и токов в обмотках силовых трансформаторов. Данный подход характеризуется достаточно высокой точностью. Однако он требует осциллографирования переходных напряжений и токов в обмотках на частотах, близких к собственным частотам колебаний обмоток, и последующей математической обработки осциллограмм, что не всегда удобно и доступно на практике.

С учетом изложенного выше представляет интерес разработка и развитие альтернативных способов экспериментального определения коэффициентов затухания с использованием широко распространенных измерительных приборов и методов.

В последнее время все большее применение для диагностирования электрического и механического состояния обмоток силовых трансформаторов находит метод частотных характеристик (МЧХ, в зарубежной терминологии – *Frequency Response Analysis, FRA* [10]). В данной статье сделана попытка расширить применение МЧХ, и предложен подход для приближенной оценки коэффициентов затухания свободных колебаний в обмотках трансформаторов по измеренным частотным характеристикам обмоток.

В основе МЧХ лежит измерение передаточных функций напряжения (в диапазоне частот от единиц Гц до единиц МГц) при подаче напряжения источника на один из выводов трансформатора и

регистрации напряжения на другом его выводе. Получаемые таким образом частотные характеристики отражают поведение обмоток в широком диапазоне частот, а потому они могут быть использованы для решения более широкого круга задач, чем только оценка электрического и механического состояния обмоток. Например, в [11] предложен подход к приближенному определению собственных частот колебаний обмоток, основанный на получении из измеренных частотных характеристик комплексной проводимости обмоток и анализе частотной зависимости ее активной составляющей.

Из теоретических основ электротехники известно [12, 13], что остроту резонансной кривой входной проводимости, напряжения или тока резонансного контура удобно характеризовать ее шириной  $\Delta\omega$  на уровне  $1/\sqrt{2}$  максимального значения (минус 3 дБ). Применительно к резонансной кривой входного тока или входной проводимости контура ширину  $\Delta\omega$  обычно называют полосой пропускания резонансного контура. Для обычного последовательного RLC-контура полоса пропускания обратно пропорциональна добротности контура:

$\Delta\omega = 2\gamma = \frac{\omega_{\text{рез}}}{Q}$ , где  $\omega_{\text{рез}}$  – резонансная круговая частота;  $Q$  – добротность колебательного контура. На практике это позволяет приближенно определять значения коэффициента затухания  $\gamma$  и добротности  $Q$  простого колебательного контура по результатам измерений частотной зависимости входной проводимости резонансного контура:  $\gamma \approx \Delta\omega/2$ ;  $Q \approx \omega_{\text{рез}} / \Delta\omega$ .

В относительных единицах ширина некоторой резонансной кривой может быть выражена:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{\text{рез}}} = \frac{\omega_{\text{прав}} - \omega_{\text{лев}}}{\omega_{\text{рез}}} = \frac{|\Delta\omega_2| + |\Delta\omega_1|}{\omega_{\text{рез}}},$$

где  $\omega_{\text{лев}}$  и  $\omega_{\text{прав}}$  – граничные частоты, на которых значение резонансной кривой равно  $A_{\text{max}}/\sqrt{2}$ ;  $A_{\text{max}}$  – амплитуда кривой на резонансной частоте;  $\Delta\omega_1$  и  $\Delta\omega_2$  – отклонения граничных частот от резонансной;  $\Delta\omega_1 = \omega_{\text{лев}} - \omega_1$ ;  $\Delta\omega_2 = \omega_{\text{прав}} - \omega_2$ . Необходимо отметить, что в общем случае  $\Delta\omega_1$  и  $\Delta\omega_2$  не равны друг другу.

Частотные зависимости входной проводимости и напряжений в промежуточных точках обмоток силовых трансформаторов, как правило, содержат выраженные острые резонансные пики (для примера, см. [11]). Но возможно ли по резонансным пикам этих кривых определить коэффициенты затухания свободных колебаний в обмотках?

Обмотки силовых трансформаторов представляют собой более сложные колебательные контуры

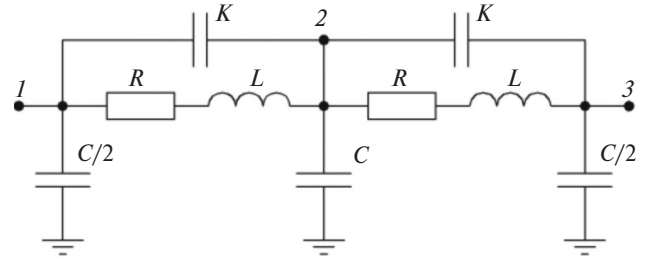


Рис. 1. Упрощенная схема замещения 2xRLC

по сравнению с обычным последовательным RLC-контуром [12, 13]. Ключевые особенности обмоток состоят в наличии поперечных емкостей на землю  $C$  и включенных параллельно с индуктивными ветвями продольных емкостей  $K$ , определяющих более сложные частотные зависимости резонансных кривых проводимости, токов и напряжений. По этой причине вопрос о практической возможности определения коэффициента затухания по ширине резонансных кривых для обмоток трансформаторов требует отдельного рассмотрения.

Используя упрощенную схему замещения обмотки трансформатора 2xRLC [3] на рис. 1, рассмотрим теоретические соотношения между шириной резонансной кривой  $\Delta\omega$  и коэффициентом затухания  $\gamma$  для резонансной кривой модуля напряжения в средней точке  $U_2$  схемы замещения.

При подаче единичного синусоидального напряжения на входной зажим схемы 2xRLC (узел 1) и заземлении выходного зажима схемы (узла 3) напряжение в узле 2 (средней точке схемы) в установившемся режиме удобно выразить в частотной области в комплексной форме:  $\dot{U}_2(\omega) = B_1(\omega) + jB_2(\omega)$ , где

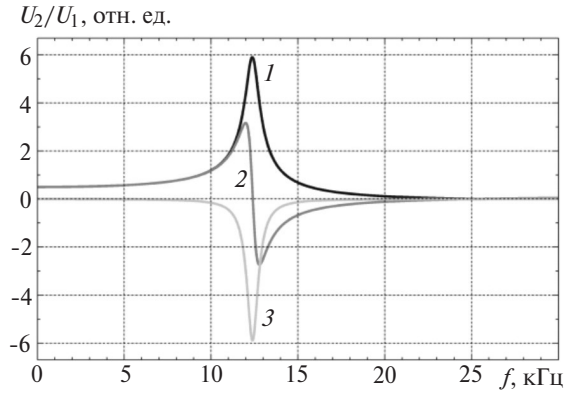
$$B_1(\omega) = \frac{1}{2(\alpha^2 + 8)} \frac{(8\omega^2 - \omega_0^2(\alpha^2 + 8)(\omega^2 - \omega_0^2) + 32\gamma^2\omega^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}; \tag{2}$$

$$B_2(\omega) = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 8} \frac{\gamma\omega\omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}; \tag{3}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{C_r}{K_r}} = \sqrt{\frac{2C}{K/2}} = 2\sqrt{\frac{C}{K}};$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LK\left(1 + \frac{C}{2K}\right)}} \text{ – круговая частота собствен-}$$

ных колебаний схемы при отсутствии затухания;  $C = C_r / N$  – емкость расчетного элемента на землю;  $C_r$  – полная емкость обмотки на землю;  $N$  – число расчетных элементов;  $K = K_r N$  – продольная емкость элемента;  $K_r$  – полная продольная емкость



**Рис. 2.** Частотная зависимость модуля (1), активной (2) и реактивной (3) составляющих напряжения  $U_2$

обмотки;  $L = L_r / N$  и  $R = R_r / N$  – индуктивность и активное сопротивление расчетного элемента;  $L_r$  и  $R_r$  – полные индуктивность и активное сопротивление.

На рис. 2 в качестве примера представлены расчетные зависимости, полученные для параметров схемы замещения:  $\alpha = 5$ ;  $R = 100$  Ом;  $L = 20$  мГн;  $K = 2$  нФ;  $C = 12,5$  нФ.

Частоту собственных колебаний с учетом затуханий в рассматриваемой схеме  $2 \times RLC$  можно определить как  $f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ . Для приведенных выше параметров схемы  $f_1 = 12,384$  кГц. При этом резонансная частота  $f_{рез}$ , на которой достигается максимум напряжения в средней точке схемы, составляет 12,369 кГц. Таким образом, резонансная частота  $f_{рез}$  не равна собственной частоте  $f_1$ , хотя их значения достаточно близки.

Можно показать, что и при других значениях параметров рассматриваемой схемы резонансная частота  $f_{рез}$  будет близка по значению к собственной частоте колебаний  $f_1$ , но в общем случае не равна ей. Отличия  $f_{рез}$  и  $f_1$  вызваны тем, что в напряжении  $U_2$  имеют место две составляющих – реактивная, с явно выраженным максимумом вблизи частоты  $f_1$ , и активная, не имеющая явно выраженного резонансного максимума вблизи частоты  $f_1$  и принимающая при  $f_1$  ненулевое значение, уменьшающееся с ростом частоты (рис. 2). В результате этого максимум напряжения  $U_2$  оказывается немного смещенным влево относительно частоты  $f_1$ .

Можно показать, что при малом затухании ( $\gamma \ll \omega_0$ ) резонансная частота  $f_{B2 \max}$ , на которой достигается максимум  $B_2(\omega)$ , отличается незначительно от частоты собственных колебаний  $f_1$ . Выражение для частоты  $f_{B2 \max}$  имеет вид

$$f_{B2 \max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_0^2}{3} - \frac{2\gamma^2}{3} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0^2}{3} - \frac{2\gamma^2}{3}\right)^2 + \frac{\omega_0^4}{3}}$$

При  $\omega_0 \gg \gamma$  имеем  $f_{B2 \max} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{2\gamma^2}{3}} \approx f_1$ .

С учетом этого может быть получено выражение для оценки максимального напряжения при резонансе в схеме  $2 \times RLC$ :

$$U_{2 \max} = \sqrt{B_1(\omega_1)^2 + B_2(\omega_1)^2} = \sqrt{\frac{((\omega_1^2 + \gamma^2) \times \dots)}{4\gamma^2 \times \dots}} \rightarrow \dots = \frac{\sqrt{((4Q^2 + 1)(\alpha^2 + 8) + 96Q^2)^2 + 16\alpha^4 Q^2 (4Q^2 + 1)^2}}{2(\alpha^2 + 8)(16Q^2 + 1)}$$

Принимая во внимание, что в случае  $\gamma \ll \omega_1$  добротность  $Q = \frac{\omega_1}{2\gamma} \gg 1$ , вышеприведенное выражение для  $U_{2 \max}$  может быть преобразовано к виду (4):

$$U_{2 \max} = \frac{\sqrt{16\alpha^4 Q^2 + (\alpha^2 + 32)^2}}{8(\alpha^2 + 8)} \approx \frac{\sqrt{16\alpha^4 Q^2 + 64\alpha^2 + 1024}}{8(\alpha^2 + 8)} \tag{4}$$

Преобразуем выражения (2) и (3), для чего введем обозначение  $\delta_\omega = \frac{\Delta\omega_{1,2}}{\omega_0}$ . Тогда  $\omega = \omega_0(1 + \delta_\omega)$  и  $\omega^2 - \omega_0^2 = \omega_0^2(2 + \delta_\omega)\delta_\omega$ .

Сделаем допущение, что  $\delta_\omega \ll 1$ , тогда  $(1 + \delta_\omega) \approx 1$  и  $\omega^2 - \omega_0^2 \approx 2\omega_0^2 \delta_\omega$ .

В итоге выражение для  $U_2^2 = B_1(\omega)^2 + B_2(\omega)^2$  примет вид:

$$U_2^2 \approx \frac{16 \left( \delta_\omega \left( 4\delta_\omega - \frac{\alpha^2}{4} \right) + \frac{1}{Q^2} \right) + \frac{\alpha^4}{4Q^2}}{(\alpha^2 + 8)^2 \left( 4\delta_\omega^2 + \frac{1}{Q^2} \right)^2}$$

Приравняв  $U_2^2$  и  $U_{2 \max}^2 / 2$  и умножив левую и правую части на множитель  $128(\alpha^2 + 8)^2 \left( 4\delta_\omega^2 + \frac{1}{Q^2} \right)^2$ , получим искомое уравнение для нахождения параметра  $\delta_\omega$ :



$$(16\alpha^4 Q^2 + 64\alpha^2 + 1024)(4Q^2 \delta_\omega^2 + 1)^2 - 8(4Q^2 \delta_\omega (16\delta_\omega - \alpha^2) + 16)^2 - 32\alpha^4 Q^2 = 0.$$

Из решения этого уравнения, отбрасывая комплексные корни, получим выражения для нахождения отклонений граничных частот от резонансной частоты и ширины резонансной кривой:

$$\delta_{\omega 1,2} = \pm \frac{1}{2Q} \sqrt{\frac{2\alpha^4 Q^2 (\alpha^4 Q^2 + 4\alpha^2 + 64)}{(\alpha^4 Q^2 + 4\alpha^2 - 64)^2} - 1} - \frac{8\alpha^2}{\alpha^4 Q^2 + 4\alpha^2 - 64}; \quad (5)$$

$$\Delta\omega = 2\gamma \sqrt{\frac{2\alpha^4 Q^2 (\alpha^4 Q^2 + 4\alpha^2 + 64)}{(\alpha^4 Q^2 + 4\alpha^2 - 64)^2} - 1}. \quad (6)$$

Анализ выражений (5) и (6) показывает, что при  $\alpha \rightarrow \infty$  (что равнозначно  $K \rightarrow 0$ ) ширина резонансной кривой  $\Delta\omega \approx 2\gamma$ , что соответствует обычному RLC-контур. При  $\alpha \rightarrow 0$  ( $C \rightarrow 0$ ) выражение под корнем в (5) и (6) становится отрицательным и значение ширины резонансной кривой получается комплексным:  $\Delta\omega \approx j\frac{1}{Q}$ . Такой результат можно объяснить тем, что при  $\alpha \rightarrow 0$  резонансный максимум становится практически неразличимым, а при  $\alpha \rightarrow 0$  в рассматриваемой схеме  $2 \times RLC$  перестают выполняться условия для последовательного резонанса.

Таким образом, для резонансной кривой модуля напряжения выполняется соотношение  $\Delta\omega \approx 2\gamma$  не для всех значений  $\alpha$ . Это иллюстрируют рис. 3 и рис. 4, где приведены расчетные зависимости при вышеуказанных параметрах схемы  $2 \times RLC$ . Из рис. 3 и рис. 4 видно, что при малых значениях  $\alpha$  резо-

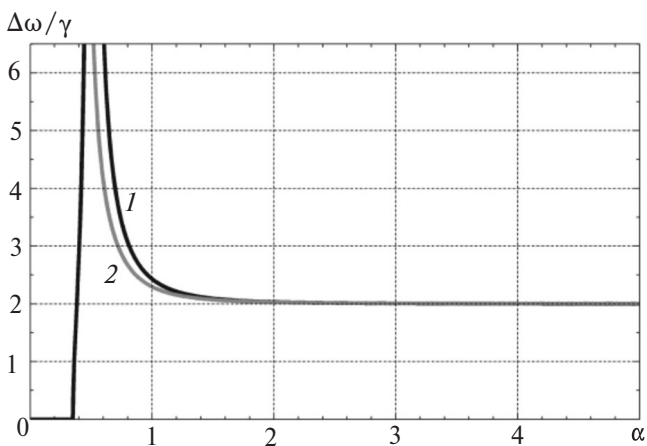


Рис. 3. Расчетные зависимости  $\Delta\omega$ : 1 – расчет по формуле (5); 2 – расчет по  $U_2(\omega)$

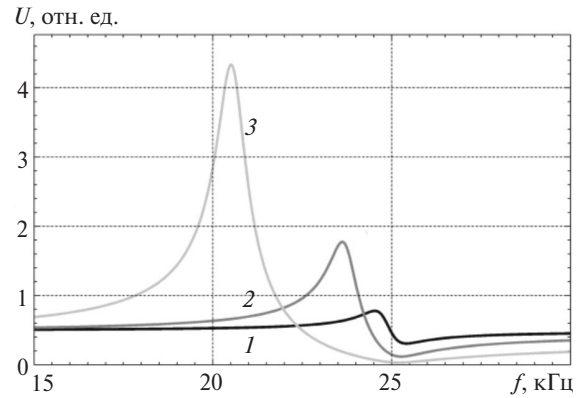


Рис. 4. Частотные зависимости модуля напряжения  $U_2$ : 1, 2 и 3 –  $\alpha = 0,5; 1,0$  и  $2,0$

нансный максимум становится менее выраженным и оценка значения  $\gamma$  по соотношению  $\Delta\omega \approx 2\gamma$  может приводить к ошибкам.

Из рис. 2 видно, что частотная зависимость реактивной составляющей напряжения  $U_2$  имеет более выраженный резонансный максимум. В теории это означает более широкий диапазон значений  $\alpha$ , в котором возможна корректная оценка  $\gamma$  по ширине резонансной кривой. Но справедливо ли соотношение  $\Delta\omega \approx 2\gamma$  для реактивной составляющей напряжения?

При замене переменных выражение (3) может быть записано в виде:

$$B_2 = -\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 8} \times \frac{Q(1 + \delta_\omega)(4Q^2 + 1)}{(4Q^2(2 + \delta_\omega)\delta_\omega - 1)^2 + 16Q^2(1 + \delta_\omega)^2}. \quad (7)$$

Как было показано выше, максимальное значение реактивной составляющей напряжения  $U_2$  достигается на частоте, близкой к  $\omega_1$ , тогда

$$B_{2 \max} \approx B_2(\omega_1) = -\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 8} \frac{2Q(4Q^2 + 1)}{16Q^2 + 1}. \quad (8)$$

Из выражений (7) и (8) получаем искомое уравнение:

$$(4Q^2(2 + \delta_\omega)\delta_\omega - 1)^2 + 16Q^2(1 + \delta_\omega)^2 = \sqrt{2}(16Q^2 + 1)(1 + \delta_\omega).$$

При  $\delta_\omega \ll 1$  и  $Q \gg 1$  получаем решение:

$$\delta_\omega = \pm \frac{1}{2Q} \sqrt{\sqrt{2} - 1 + \frac{\sqrt{2}}{16Q^2}} + \frac{1}{8Q^2}. \quad (9)$$

Таким образом, оценка коэффициента затухания  $\gamma$  в схеме  $2 \times RLC$  может быть выполнена путем

определения ширины резонансной кривой  $\Delta\omega$  реактивной составляющей напряжения в промежуточной точке схемы с использованием соотношения  $\Delta\omega \approx 2\gamma\sqrt{\sqrt{2}-1} \approx 1,3\gamma$ .

Перейдем к рассмотрению частотных характеристик входной проводимости рассматриваемой схемы замещения. На рис. 5 приведены расчетные зависимости модуля  $Y_1$  и активной составляющей  $G_1$  входной проводимости, рассчитанные для вышеуказанных параметров схемы. Из рис. 5 видно, что активная составляющая входной проводимости, в общем случае, также имеет более выраженные резонансные максимумы, чем модуль входной проводимости рассматриваемой резонансной схемы. На резонансных частотах будут иметь место наибольшие токи в продольных ветвях схемы, в том числе через активные сопротивления  $R$ , а значит, и наибольшие потери энергии в схеме. Это эквивалентно достижению максимума активной составляющей входной проводимости рассматриваемой резонансной схемы. Явно выраженные резонансные максимумы в кривой  $G_1$  на практике означают возможность более точного определения ширины резонансной кривой.

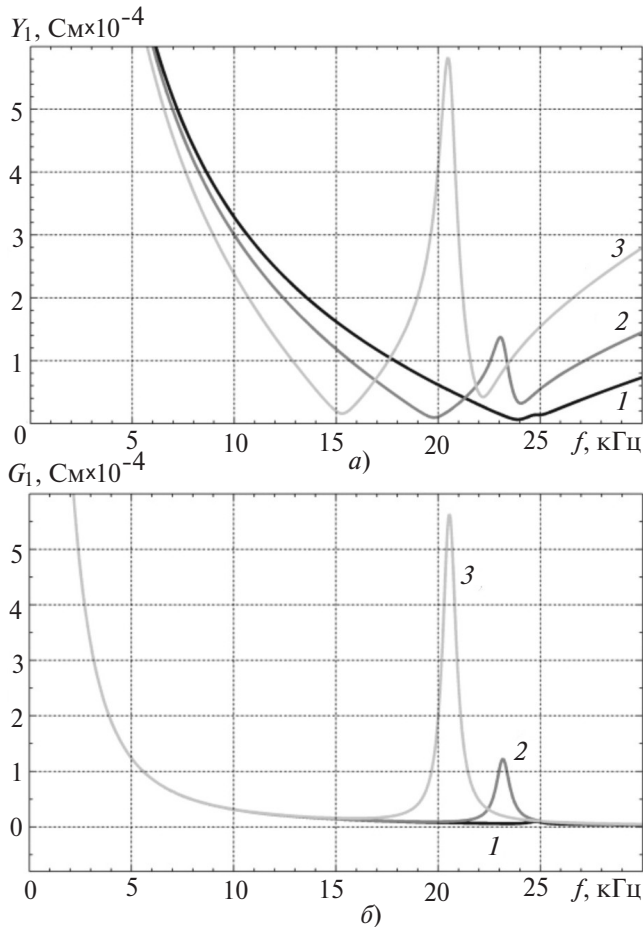


Рис. 5. Частотные зависимости модуля (а) и активной составляющей (б) входной проводимости: 1, 2 и 3 –  $\alpha=0,5; 1,0$  и  $2,0$

Выражение для активной составляющей входной проводимости  $G_1$  схемы замещения  $2 \times RLC$  может быть записано в виде (10):

$$G_1 = \text{Re}(Y_1) = \frac{4\omega^2\gamma^2(\omega^2 + 4\gamma^2)\alpha}{R(\omega^2 + 4\gamma^2)\alpha} \rightarrow \frac{\left(1 - \frac{8}{\alpha^2 + 8} + \frac{32}{(\alpha^2 + 8)^2}\right) - \omega_0^2\gamma^2(4\omega^2 - 2\omega_0^2)}{\alpha((\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\omega^2\gamma^2)}. \quad (10)$$

Введем обозначение  $\delta_\omega = \frac{\Delta\omega_{1,2}}{\omega_1}$  и сделаем подстановки  $\omega = \omega_1(1 + \delta_\omega)$  и  $\omega^2 - \omega_1^2 = \omega_1^2(2 + \delta_\omega)\delta_\omega$  в выражение (10). В результате выражение для активной проводимости  $G_1$  примет вид:

$$G_1 = \frac{32Q^2(1 + \delta_\omega)^2(Q^2(1 + \delta_\omega)^2 + 1)\alpha}{2R(Q^2(1 + \delta_\omega)^2 + 1)\alpha} \rightarrow \frac{\left(1 - \frac{8}{\alpha^2 + 8} + \frac{32}{(\alpha^2 + 8)^2}\right) - \frac{-(4Q^2 + 1)(8Q^2(1 + \delta_\omega)^2 - 4Q^2 - 1)}{+16Q^2(1 + \delta_\omega)^2}}{\alpha((4Q^2(2 + \delta_\omega)\delta_\omega - 1)^2 + 1)}$$

Полагая, что на практике  $\gamma \ll \omega_1$  и  $\delta_\omega \ll 1$ , выражение для активной проводимости может быть преобразовано к виду (11):

$$G_1 = \frac{32Q^2(Q^2 + 1)\alpha}{2R(Q^2 + 1)\alpha} \rightarrow \frac{\left(1 - \frac{8}{\alpha^2 + 8} + \frac{32}{(\alpha^2 + 8)^2}\right) - (4Q^2 + 1)(4Q^2 - 1)}{\alpha((8Q^2\delta_\omega - 1)^2 + 16Q^2)}. \quad (11)$$

Аналогично реактивной составляющей напряжения  $U_2$  активная составляющая входной проводимости имеет локальный максимум на частоте, примерно равной собственной частоте колебаний  $\omega_1$ . Тогда максимальное значение резонансного пика активной проводимости может быть приближенно найдено из выражения (11), принимая  $\delta_\omega = 0$ :

$$G_1(\omega_1) = \frac{32Q^2(Q^2 + 1)\alpha}{2R(Q^2 + 1)\alpha} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\left(1 - \frac{8}{\alpha^2 + 8} + \frac{32}{(\alpha^2 + 8)^2}\right) - (4Q^2 + 1)(4Q^2 - 1)}{\times (16Q^2 + 1)} \quad (12)$$

Из равенства  $G_1 = \frac{G_1(\omega_1)}{\sqrt{2}}$  получим искомое уравнение

$$(8Q^2 \delta_\omega - 1)^2 + 16Q^2 = \sqrt{2}(16Q^2 + 1),$$

корни которого равны

$$\delta_\omega = \pm \frac{1}{2Q} \sqrt{\sqrt{2} - 1 + \frac{\sqrt{2}}{16Q^2} + \frac{1}{8Q^2}}.$$

Отсюда получаем искомое соотношение между  $\Delta\omega$  и  $\gamma$ :

$$\Delta\omega = 2\gamma \sqrt{\sqrt{2} - 1 + \frac{\sqrt{2}\gamma^2}{4\omega_1^2}} \quad (13)$$

При  $Q = \frac{\omega_1}{2\gamma} \gg 1$  получим:

$$\Delta\omega \approx 2\gamma \sqrt{\sqrt{2} - 1} \approx 1,3\gamma. \quad (14)$$

Таким образом, для активной составляющей входной проводимости, как и для реактивной составляющей напряжения  $U_2$ , отношение  $\Delta\omega/\gamma$  отлично от 2.

Необходимо отметить, что на практике не всегда возможно и доступно измерение частотных зависимостей входной проводимости обмоток силовых трансформаторов. Для измерения входной проводимости необходимо измерение тока источника, что может быть выполнено путем установки в разрыв цепи источника токового шунта или высокочастотного трансформатора тока. Но гораздо проще на практике выполнить измерение тока в нейтрали путем измерения напряжения на токовом шунте в нейтрали. В качестве такого шунта может выступать согласующее сопротивление 50 Ом.

Именно таким образом в методе МЧХ выполняют измерения частотных характеристик обмоток по стандартной сквозной схеме, когда начало обмотки подключают к источнику, а конец обмотки подключают к измерительному импедансу  $Z=50$  Ом. Таким образом, частотная зависимость тока в нейтрали  $I_N$  может быть получена из измеренных частотных характеристик, представляющих собой отношение напряжений на выходе и входе обмотки, путем их деления на значение  $Z$ .

Важно подчеркнуть, что на высоких частотах выходной ток обмотки не равен ее входному току от источника. Измеряемую обмотку силового трансформатора можно представить в виде трехполюсника, имеющего входной и выходной зажимы и зажим заземления (рис. 6).

Измерение частотных характеристик подразумевает заземление измерительного прибора и подачу напряжения источника относительно земли трансформатора. Из-за наличия поперечных емкостей на землю измеряемой обмотки часть тока будет возвращаться в источник, минуя выходной зажим и измерительный импеданс  $Z$ . Несмотря на указанные отличия, выходной ток также имеет активную составляющую с явно выраженными резонансными пиками, что иллюстрирует рис. 7, при построении которого использованы те же параметры схемы, что и рис. 5.

Для рассматриваемой схемы  $2 \times RLC$  выражение для активной составляющей выходного тока (далее – ток нейтрали) может быть записано в виде:

$$D_1 = \text{Re}(I_N) = \frac{4\omega^2 \gamma^2 (\omega^2 + 4\gamma^2) \times}{R(\omega^2 + 4\gamma^2) \times} \rightarrow \frac{\times \frac{8(\alpha^2 + 4)}{(\alpha^2 + 8)^2} - \omega_0^2 \gamma^2 (4\omega^2 - 2\omega_0^2)}{\times ((\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\omega^2 \gamma^2)} \quad (15)$$

Можно показать, что для активной составляющей тока нейтрали выполняется то же соотношение между шириной резонансной кривой и коэф-

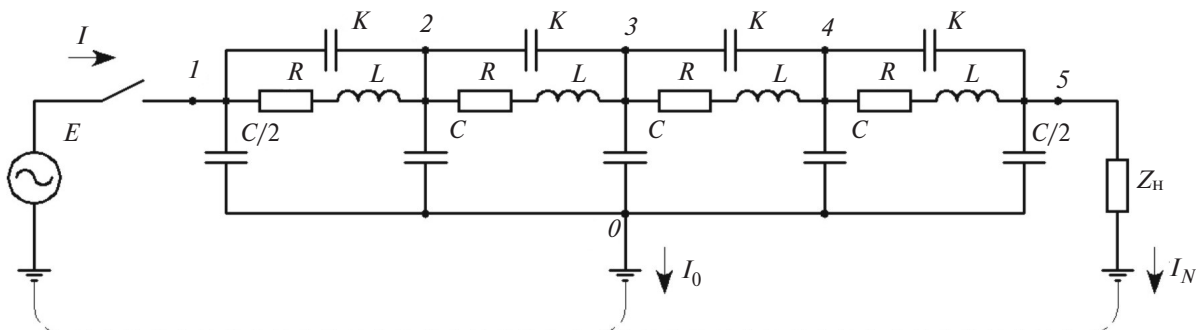
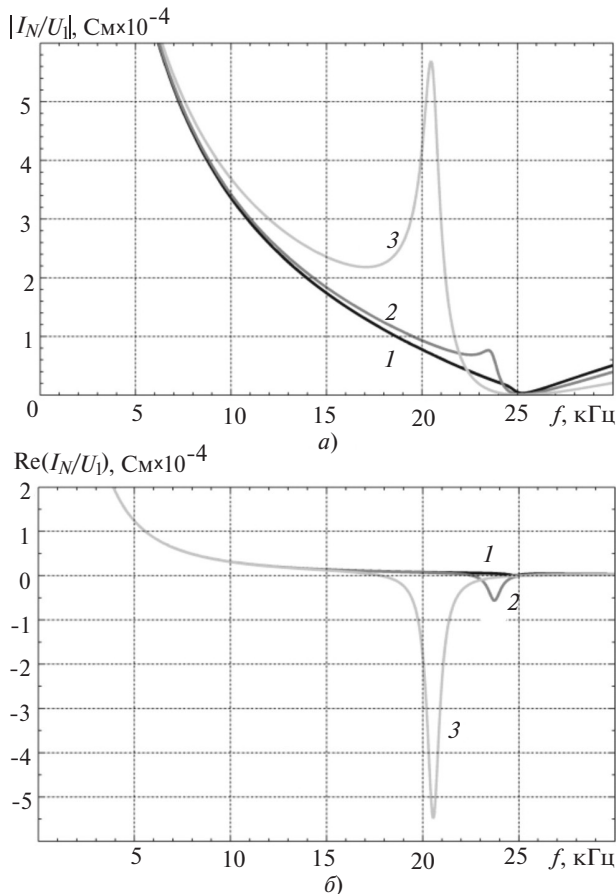


Рис. 6. Представление измеряемой обмотки трансформатора в виде трехполюсника



**Рис. 7.** Частотные зависимости модуля (а) и активной составляющей (б) тока в нейтрали: 1, 2 и 3 –  $\alpha = 0,5; 1,0$  и  $2,0$

фициентом затухания ( $\Delta\omega \approx 2\gamma\sqrt{\sqrt{2}-1}$ ), что и для активной составляющей входной проводимости  $G_1$ . Из сравнения выражений (10) и (15) видно, что они отличаются лишь множителями в числителе:  $\frac{8(\alpha^2+4)}{(\alpha^2+8)^2}$  и  $\left(1 - \frac{8}{\alpha^2+8} + \frac{32}{(\alpha^2+8)^2}\right)$ . Поскольку числи-

тель выражения  $D_1$  не содержит искомую переменную  $\delta_\omega$ , он может быть отброшен при составлении уравнения относительно  $\delta_\omega$  из равенства  $D_1 = \frac{D_1(\omega_1)}{\sqrt{2}}$ , в результате получим уравнение, идентичное полученному для активной составляющей проводимости  $G_1$ .

Из этого следует важный практический вывод о возможности оценки коэффициента затухания  $\gamma$  путем определения ширины резонансной кривой  $\Delta\omega$  активной составляющей выходного тока (тока нейтрали) рассматриваемой упрощенной схемы замещения обмотки трансформатора с использованием соотношения  $\Delta\omega \approx 2\gamma\sqrt{\sqrt{2}-1} \approx 1,3\gamma$ .

Необходимо отметить, что полученные соотношения, устанавливающие связь между шириной резонансной кривой  $\Delta\omega$  и коэффициентом затухания  $\gamma$ , получены для упрощенной схемы замещения

$2 \times RLC$ , содержащей всего два П-звена, один независимый узел (узел 2) и, как результат, одну собственную частоту колебаний. Применимость полученных соотношений между  $\Delta\omega$  и  $\gamma$  для обмоток силовых трансформаторов будет рассмотрена во второй части статьи.

**Выводы.** 1. На примере упрощенной схемы замещения обмотки силового трансформатора показано, что в общем случае резонансная частота, на которой достигается резонансный максимум напряжения, близка по значению к собственной частоте колебаний схемы, но в общем случае не равна ей.

2. Для упрощенной схемы замещения обмотки трансформатора получено, что корректная оценка коэффициента затухания  $\gamma$  по ширине резонансных кривых  $\Delta\omega$  возможна, но далеко не во всех случаях. Практическая возможность определения ширины резонансных кривых  $\Delta\omega$  и корректность оценки по ней коэффициента затухания  $\gamma$  зависит от того, насколько выражены резонансные пики анализируемых частотных зависимостей.

3. Для оценки коэффициента затухания по частотным зависимостям модуля напряжения в средней точке рассматриваемой резонансной схемы может быть использовано соотношение  $\gamma \approx \Delta\omega/2$ .

4. Для оценки коэффициента затухания по частотным зависимостям активной составляющей входной проводимости, реактивной составляющей напряжения в средней точке, а также активной составляющей тока нейтрали может быть использовано соотношение  $\gamma \approx \Delta\omega/(2\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{2}-1}) \approx \Delta\omega/1,3$ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **CIGRE Brochure 577A.** «Electrical Transient Interaction between Transformers and the Power System. Part 1: Expertise». Joint Working Group A2/C4.39, April 2014. ISBN: 978-2-85873272-2.
2. **CIGRE Brochure 577B.** «Electrical Transient Interaction between Transformers and the Power System. Part 2: Case Studies». Joint Working Group A2/C4.39, April 2014. ISBN: 978-2-85873272-2.
3. **Ларин В.С., Матвеев Д.А.** Аппроксимация переходных резонансных напряжений и токов в обмотках силовых трансформаторов для определения собственных частот колебаний и коэффициентов затухания. — *Электричество*, 2020, №12, с. 44–54.
4. **Gustavsen B., Portillo A.** A Damping Factor-Based White-Box Transformer Model for Network Studies. — *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2018, vol. 33, No. 6, pp. 2956 – 2964. DOI: 10.1109/TPWRD.2018.2847725.
5. **Gustavsen B., Martin C., Portillo A.** Time-Domain Implementation of Damping Factor White-Box Transformer Model for Inclusion in EMT Simulation Program. — *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2020, vol. 35, No. 2, pp. 464–472. DOI: 10.1109/TPWRD.2019.2902447.
6. **Fergestad P.I., Henriksen T.** Transient Oscillations in Multiwinding Transformers. — *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 1974, vol. 93, No. 2, pp. 500–509.



7. Белецкий З.М., Бунин А.Г., Горбунцов А.Ф., Конторович Л.Н. Расчет импульсных воздействий в обмотках трансформаторов с применением ЭВМ. М.: Информэлектро, 1978, 79 с.

8. Zheng Y.M., Wang Z.J. Determining the broadband loss characteristics of power transformer based on measured transformer network functions and vector fitting method. — IEEE Trans. Power Delivery, 2013, vol. 28, No. 4, pp. 2456–2464.

9. Gustavsen B., Semlyen A. Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting. — IEEE Trans. on Power Delivery, 1999, vol. 14, No. 3, pp. 1052–1061.

10. IEC 60076-18:2012. Power transformers. Part 18: Measurement of frequency response. ISBN 978-2-83220-222-7.

11. Ларин В.С., Волков А.Ю. Резонансные перенапряжения в обмотках трансформаторов. Ч.2. Определение резонансных частот обмоток. — Электричество, 2015, № 12, с. 20–25.

12. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: Высшая школа, 1996, 638 с.

13. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов, том 1. СПб.: Питер, 2003, 463 с.

[03.08.2020]

Авторы: Ларин Василий Серафимович — кандидат техн. наук, начальник отдела трансформаторов Всероссийского электротехнического института (ВЭИ) — филиала ФГУП «Российский Федеральный Ядерный Центр — Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. акад. Е.И. Забабахина» (РФЯЦ-ВНИИТФ).

Матвеев Даниил Анатольевич — научный сотрудник Национального исследовательского университета «МЭИ».



Electrichestvo, 2021, No. 1, pp. 13–22

DOI:10.24160/0013-5380-2021-1-13-22

## Determination of Damping Factors Based on the Measured Frequency Responses of Power Transformer Windings. Part 1. Theoretical Consideration

LARIN Vasily S. (All-Russian Electrotechnical Institute — Branch of FSUE «RFNC-VNIITF named after Academ. E.I. Zababakhin», Moscow, Russia) — Head of the transformer Dept., Cand. Sci. (Eng.)

MATVEEV Daniil A. (National Research University «Moscow Power Engineering Institute» — NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Research Scientist (Eng.)

*To model high-frequency processes and determine the stresses on the internal insulation of transformer windings, reliable high-frequency models of power transformers are required. The accuracy of modeling high-frequency resonance processes in the windings depends on how correctly the model reproduces the natural frequencies and damping of free oscillations in the windings. To construct and verify high-frequency models of power transformers, it is necessary to have experimentally obtained data on the values of damping factors. There is a known method for determining the winding damping factors based on measurements of the voltage transfer functions at the internal points of the windings and their subsequent processing using the vector fitting technique, but its application is not always possible in practice. The article presents the results of theoretical studies performed for a simplified transformer winding equivalent circuit. It is shown that the damping factors can be estimated from the width of the resonance peaks of the frequency responses of the voltage modulus and reactive component at the midpoint of the equivalent circuit, and from the input admittance resistive component and current in the neutral of the considered resonance circuit.*

**Key words:** power transformers, resonance overvoltages, winding, frequency response, free oscillations, damping factor

### REFERENCES

1. CIGRE Brochure 577A. «Electrical Transient Interaction between Transformers and the Power System. Part 1: Expertise». Joint Working Group A2/C4.39, April 2014. ISBN: 978-2-85873272-2.

2. CIGRE Brochure 577B. «Electrical Transient Interaction between Transformers and the Power System. Part 2: Case Studies». Joint Working Group A2/C4.39, April 2014. ISBN: 978-2-85873272-2.

3. Larin V.S., Matveyev D.A. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2020, No. 12, pp. 44–54.

4. Gustavsen B., Portillo A. A Damping Factor-Based White-Box Transformer Model for Network Studies. — IEEE Transactions on Power Delivery, 2018, vol. 33, No. 6, pp. 2956 – 2964. DOI: 10.1109/TPWRD.2018.2847725.

5. Gustavsen B., Martin C., Portillo A. Time-Domain Implementation of Damping Factor White-Box Transformer Model for Inclusion in EMT Simulation Program. — IEEE Transactions on Power Delivery, 2020, vol. 35, No. 2, pp. 464–472. DOI: 10.1109/TPWRD.2019.2902447.

6. Fergestad P.I., Henriksen T. Transient Oscillations in Multiwinding Transformers. — IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1974, vol. 93, No. 2, pp. 500–509.

7. **Beletskiy Z.M., Bunin A.G., Gorbunsov A.F., Kontorovich L.N.** *Raschet impul'snykh vozdeystviy v obmotkakh transformatorov s primeneniye EVM* (Calculation of impulse influences in transformer windings using a computer). M.: Informelektro, 1978, 79 p.

8. **Zheng Y.M., Wang Z.J.** Determining the broadband loss characteristics of power transformer based on measured transformer network functions and vector fitting method. — IEEE Trans. Power Delivery, 2013, vol. 28, No. 4, pp. 2456–2464.

9. **Gustavsen B., Semlyen A.** Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting. — IEEE Trans. on Power Delivery, 1999, vol. 14, No. 3, pp. 1052–1061.

10. **IEC 60076-18:2012.** Power transformers. Part 18: Measurement of frequency response. ISBN 978-2-83220-222-7.

11. **Larin V.S., Volkov A.Yu.** *Elektrichestvo – in Russ.* (Electricity), 2015, No. 12, pp. 20–25.

12. **Bessonov L.A.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotehniki. Elektricheskiye tsepi* (Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits). M.: Vysshaya shkola, 1996, 638 p.

13. **Demirchyan K.S., Neyman L.R., Korovkin N.V., Chechurin V.L.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotehniki: Uchebnik dlya vuzov, tom 1* (Theoretical foundations of electrical engineering: Textbook for universities, vol. 1). SPb.: Piter, 2003, 463 p.

[03.08.2020]