

Расчет цепей постоянного тока, содержащих диоды Чайльда–Ленгмюра

ДУБИНОВ А.Е.^{1,2}

¹РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров, Нижегородская обл., Россия

²СарФТИ – филиал НИЯУ "МИФИ", Саров, Нижегородская обл., Россия

Впервые предложены к изучению и к расчетам цепи постоянного тока, содержащие в качестве своих элементов диоды Чайльда–Ленгмюра, которые имеют вольт-амперную характеристику в виде степенного закона с показателем степени 3/2. К диодам Чайльда–Ленгмюра следует относить вакуумные термоэмиссионные диоды с постоянными токами, ограниченными собственным пространственным зарядом электронного пучка, а также солнечные элементы, полупроводниковые светоизлучающие диоды, мощные диоды электронных ускорителей прямого действия и др. Цепи, содержащие несколько диодов Чайльда–Ленгмюра, нигде ранее не рассматривались. В статье приведены соотношения для общего первеанса при параллельном и последовательном соединении диодов Чайльда–Ленгмюра, имеющих разные первеансы. Приведено два примера расчетов общего первеанса цепи из трех и четырех диодов Чайльда–Ленгмюра. Методы и результаты данной работы могут быть использованы для расчета вольт-амперных характеристик, например, сложных многоэлементных цепей солнечных батарей или светоизлучающих диодов.

Ключевые слова: диод Чайльда–Ленгмюра, первеанс, параллельное и последовательное соединение

Закон Чайльда–Ленгмюра (ЧЛ), который часто еще называют законом 3/2, является базовым законом физической электроники. Открытый более 100 лет назад [1, 2], он описывает зависимость максимально большой стационарной плотности тока электронов в плоском вакуумном диоде от напряжения, когда начальная скорость электронов на катоде равна нулю. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) ЧЛ имеет простой вид:

$$I = PU^{3/2}, \quad (1)$$

где I – ток в диоде, А; U – напряжение, В; P – коэффициент пропорциональности, называемый первеансом диода, А/В^{3/2}.

Применение закона ЧЛ в физической электронике весьма разнообразно: расчет или оценка тока в межэлектродных промежутках электронных ламп [3], а также на некоторых участках в движении электронных пучков в СВЧ-генераторах различного типа [4–6], в ускорителях заряженных частиц прямого действия [7, 8]. Применим закон ЧЛ и при рассмотрении некоторых явлений в плазме, таких как двойные слои при расширении плазмы в вакуум [9], разрыв электронного течения в плазменно-эрозионных размыкателях [10], оценка режимов магнитной изоляции [11], приэлектродного заряженного слоя в плазме [12–16] и т. п. Обзор столетней истории закона ЧЛ и физики диодов ЧЛ представлен в недавнем обзоре [17].

Известно, что некоторые твердотельные приборы фотоники [18], термоэмиссионные преобразователи

[19], светоизлучающие диоды [20], солнечные элементы [21, 22] и др. также имеют ВАХ вида (1). Поэтому и их можно называть диодами ЧЛ.

В обзоре [17] рассмотрены только обособленные диоды ЧЛ, подключенные к источнику напряжения. Однако диоды ЧЛ могут быть элементами сложной электрической цепи или даже большой сети как, например, солнечные элементы или светоизлучающие диоды в составе электрической сети. Поэтому представляет интерес рассмотреть особенности их совместной работы при различных схемах подключения. В этом направлении известны лишь два исследования: в [23] рассмотрен диод ЧЛ, последовательно подключенный к резистору, а в [24] – двухслойный диод ЧЛ, являющийся упрощенной моделью двух последовательно соединенных диодов ЧЛ. Сложные цепи, содержащие диоды ЧЛ, нигде ранее не рассматривались.

Ниже рассмотрены примеры расчетов цепей постоянного тока, содержащих несколько диодов ЧЛ. Структура статьи: сначала дается математическое определение диода ЧЛ и его обозначение на схемах, затем выводятся соотношения для общего первеанса параллельного и последовательного соединений двух диодов ЧЛ и завершается статья расчетами общих первеансов в двух примерах схем цепей – с последовательно-параллельным соединением трех диодов ЧЛ и с последовательно-параллельным соединением четырех диодов ЧЛ.

Математическое определение диодов ЧЛ и их обозначение на схемах. Как правило, диоды Ч.-Л. являются двухсторонними, т.е. могут пропускать ток в обоих направлениях. Назовем двухсторонним диодом ЧЛ двухполюсник, ВАХ которого описывается выражением

$$I = P_{\pm} |U|^{3/2} \text{sign} U, \quad (2)$$

где P_{\pm} – ветви первеанса диода ЧЛ при положительном и отрицательном напряжении соответственно. Двухсторонний диод ЧЛ может быть симметричным при $P_+ = P_-$ или асимметричным при $P_- \neq P_+$. Если одна из ветвей первеанса равна нулю, то такой диод ЧЛ назовем односторонним.

Будем обозначать двухсторонний и односторонний диоды ЧЛ на схемах, как показано на рис. 1, а и б. В этом обозначении сохранен общий облик схемного изображения обычных диодов, находящихся в вакуумной колбе, а криволинейный треугольник символизирует неоднородное распределение плотности электронов в решении, полученном Клементом Чайльдом и Ирвином Ленгмюром.

Ниже все расчеты будут проводиться только для односторонних диодов ЧЛ. Несложно обобщить результаты этих расчетов и на случай двухсторонних диодов ЧЛ.

Параллельное и последовательное соединение двух диодов ЧЛ. Рассмотрим параллельное соединение двух диодов ЧЛ с первеансами $P_{1,2}$ (рис. 2). Несложно записать выражение для общего тока между заземленным контактом и контактом с потенциалом U_0 :

$$I = P_1 U_0^{3/2} + P_2 U_0^{3/2} = (P_1 + P_2) U_0^{3/2}. \quad (3)$$

Из (3) получаем, что первеанс параллельного соединения двух диодов ЧЛ равен сумме их первеансов:

$$P = P_1 + P_2. \quad (4)$$

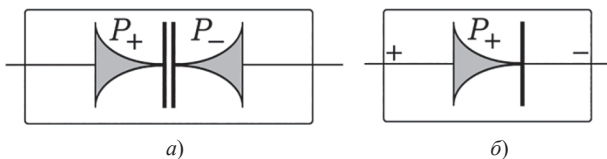


Рис. 1. Обозначение диодов ЧЛ на электрических схемах: а – двухсторонний; б – односторонний

Fig. 1. Designation of CL-diodes on electrical schemes: а – two-sided diode; б – one-sided diode

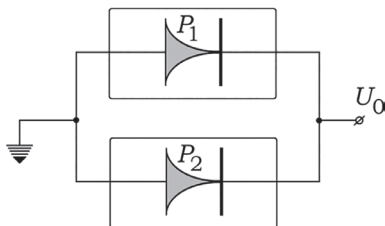


Рис. 2. Схема параллельного соединения двух диодов ЧЛ

Fig. 2. The scheme of parallel connection of two CL-diodes

Этот вывод легко распространяется и на случай любого количества параллельно соединенных диодов ЧЛ.

Немного сложнее вывод формулы первеанса для последовательного соединения двух диодов ЧЛ, показанного на рис. 3. Для этого сначала нужно найти выражение для потенциала U_x точки соединения диодов. Воспользуемся 1-м законом Кирхгофа в этой точке:

$$P_1 U_x^{3/2} = P_2 (U_0 - U_x)^{3/2}. \quad (5)$$

Решая уравнение (5) относительно U_x , получим

$$U_x = \frac{P_2^{2/3}}{P_1^{2/3} + P_2^{2/3}} U_0. \quad (6)$$

Тогда ток, протекающий по обоим диодам, равен

$$I = P_1 U_x^{3/2} = \frac{P_1 P_2}{(P_1^{2/3} + P_2^{2/3})^{3/2}} U_0^{3/2}. \quad (7)$$

В итоге, первеанс двух последовательно соединенных диодов ЧЛ можно выразить:

$$P = \frac{P_1 P_2}{(P_1^{2/3} + P_2^{2/3})^{3/2}}. \quad (8)$$

Отметим, что выражение (7) симметрично относительно перестановки P_1 и P_2 . Это свидетельствует о том, что диоды на схеме рис. 3 можно менять местами, а результирующий первеанс останется при таком изменении неизменным.

Таким образом, мы рассмотрели параллельное и последовательное соединения двух диодов ЧЛ – базовые соединения любых цепей, содержащих только диоды ЧЛ. Представим теперь примеры расчетов некоторых цепей, содержащих такие диоды.

Пример 1. Последовательно-параллельное соединение трех диодов ЧЛ. Проведем расчет общего первеанса цепи из трех диодов, схема которой показана на рис. 4. Для этого воспользуемся сначала выражением (4) для параллельного соединения диодов ЧЛ с первеансами P_2 и P_3 , а затем выражением (8). В результате получим

$$P = \frac{P_1 (P_2 + P_3)}{[P_1^{2/3} + (P_2 + P_3)^{2/3}]^{3/2}}. \quad (9)$$

Пример 2. Последовательно-параллельное соединение четырех диодов ЧЛ. Проведем расчет общего первеанса цепи из четырех диодов, собранной по схеме рис. 5. Здесь также воспользуемся сначала выражением (4) для параллельных соединений диодов ЧЛ с первеансами P_1 и P_2 , и первеансами P_3 и P_4 соответственно, а затем выражением (8). Получим

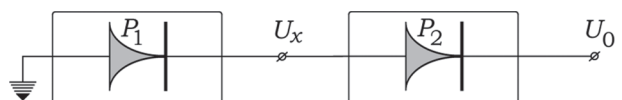


Рис. 3. Схема последовательного соединения двух диодов ЧЛ

Fig. 3. The scheme of serial connection of two CL-diodes

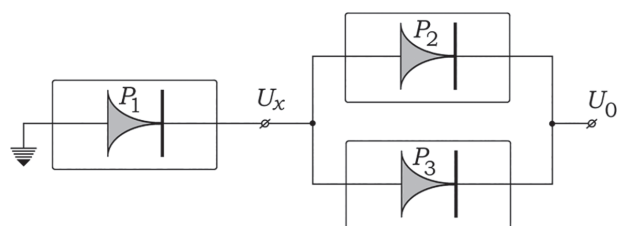


Рис. 4. Схема последовательно-параллельного соединения трех диодов ЧЛ

Fig. 4. The scheme of parallel-serial connection of three CL-diodes

$$P = \frac{(P_1 + P_2)(P_3 + P_4)}{\left[(P_1 + P_2)^{2/3} + (P_3 + P_4)^{2/3} \right]^{3/2}}. \quad (10)$$

Выводы. Соотношения, выведенные при параллельном и последовательном соединении диодов Чайльда-Ленгмюра (вакуумные термоэмиссионные диоды, солнечные элементы, светодиоды и др.) с разными первеансами (коэффициент пропорциональности в выражении (1)), позволяют рассчитать общий первеанс и ВАХ сложных многоэлементных цепей (батареи солнечных элементов, решетки светоизлучающих диодов и др.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Child C.D. Discharge from Hot CaO. – Physical Review (Series I), 1911, vol. 32(5), pp. 492–511, DOI:10.1103/PHYS.REV.SERIES.I.32.492.
2. Langmuir I. The Effect of Space Charge and Residual Gases on Thermionic Currents in High Vacuum. – Physical Review, 1913, vol. 2(6), pp. 450–486.
3. Bull C.S. Space-Charge in Beam Tetrodes and Other Valves. – Journal of the Institution of Electrical Engineers, Part III: Radio and Communication Engineering, 1948, vol. 95(33), pp. 17–24, DOI: 10.1049/ji-3-2.1948.0006.
4. Kompfner R. The Klystron as Amplifier at Centimetric Wavelengths. – Journal of the British Institution of Radio Engineers, 1947, vol. 7(3), pp. 117–123.
5. Liu L. et al. Efficiency Enhancement of Reflex Triode Virtual Cathode Oscillator Using the Carbon Fiber Cathode. – IEEE Transactions on Plasma Science, 2007, vol. 35(2), pp. 361–368, DOI:10.1109/TPS.2007.893266.
6. Dubinov A.E. et al. Stochastron – an SHF Generator with a Virtual Cathode Realizing the Stochastic Resonance Mode. – Russian Physics Journal, 1999, vol. 42(6), pp. 574–579.
7. Clark J.J., Linke S. Operating Modes of a Pulsed 50-GW Diode. – IEEE Transactions on Electron Devices, 1971, vol. 18(5), pp. 322–330.
8. Wittmaack K. Beam Formation in a Triode Ion Gun. – Nuclear Instruments and Methods, 1974, vol. 118(1), pp. 99–113, DOI:10.1016/0029-554X(74)90690-9.
9. Degond P., Parzani C., Vignal V.-H. A One-Dimensional Model of Plasma Expansion. – Mathematical and Computer Modelling, 2003, vol. 38(10), pp. 1093–1099, DOI:10.1016/S0895-7177(03)90109-9.
10. Weber B.V. et al. Plasma Erosion Opening Switch Research for ICF. – Laser and Particle Beams, 1987, vol. 5(3), pp. 537–548.
11. Abdallah N.B., Degond P., Mehats F. Mathematical Models of Magnetic Insulation. – Physics of Plasmas, 1998, vol. 5(5), pp. 1522–1534, DOI:10.1063/1.872810.
12. Sheridan T.E., Goree J. Analytic Expression for the Electric Potential in the Plasma Sheath. – IEEE Transactions on Plasma Science, 1990, vol. 17(6), pp. 884–888, DOI:10.1109/27.41228.
13. Farouki R.T., Dalvie M., Pavarino L.F. Boundary-Condition Refinement of the Child-Langmuir Law for Collisionless DC Plasma

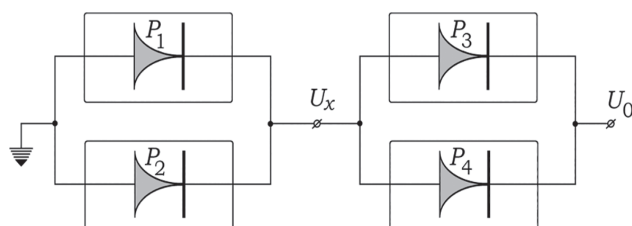


Рис. 5. Последовательно-параллельное соединение четырех диодов ЧЛ

Fig. 5. The scheme of parallel-serial connection of four CL-diodes

Sheaths. – Journal of Applied Physics, 1990, vol. 68(12), pp. 6106–6116, DOI:10.1063/1.346898.

14. Sheridan T.E. Analytic Theory of Sheath Expansion into a Cylindrical Bore. – Physics of Plasmas, 1996, vol. 3(9), pp. 3507–3512, DOI: 10.1063/1.871501.

15. Benilov M.S. The Child-Langmuir Law and Analytical Theory of Collisionless to Collision Dominated Sheaths. – Plasma Sources Science and Technology, 2009, vol. 18(1), DOI:10.1088/0963-0252/18/1/014005.

16. Lisovskiy V.A., Derevianko V.A., Yegorenkov V.D. The Child-Langmuir Collision Laws for the Cathode Sheath of Glow Discharge in Nitrogen. – Vacuum, 2014, vol. 103, pp. 49–56, DOI:10.1016/j.vacuum.2013.12.008.

17. Zhang P. et al. 100 Years of the Physics of Diodes. – Applied Physics Reviews, 2017, vol. 4(1), DOI:10.1063/1.4978231.

18. Tong C. et al. Metal-Induced Growth of Crystal Si for Low-Cost Al:ZnO/Si Heterojunction Thin Film Photodetectors. – Materials Science in Semiconductor Processing, 2018, vol. 82, pp. 92–96, DOI:10.1016/j.mssp.2018.03.038.

19. Chow K.K., Maddix H.S., Chorney P. Thermionic Emission of Alkali Ions from Impregnated Metal Matrices. – Applied Physics Letters, 1967, vol. 10(9), pp. 256–258, DOI: 10.1063/1.1754936.

20. Nath C., Kumar A. Doping Level Dependent Space Charge Limited Conduction in Polyaniline Nanoparticles. – Journal of Applied Physics, 2012, vol. 112(9), DOI:10.1063/1.4763362.

21. Tan J.-H., Anderson W.A. Current Transport in Copper Indium Gallium Diselenide Solar Cells Comparing Mesa Diodes to the Full Cell. – Solar Energy Materials & Solar Cells, 2003, vol. 77(3), pp. 283–292, DOI:10.1016/S0927-0248(02)00349-5.

22. Qasrawi A.F. et al. Photovoltaic Effect and Space Charge Limited Current Analysis in TlGaTe2 Crystals. – Acta Physica Polonica A, 2012, vol. 122(1), pp. 152–155, DOI:10.12693/APhysPolA.122.152.

23. Guedes V.F., Nobrega K.Z., Ramos R.V. Analytical Solution of the Space Charge Limited Current Using Lambert-Tsallis Wq Function. – IEEE Transactions on Electron Devices, 2022, vol. 69(10), pp. 5787–5791.

24. Dubinov A.E., Kitayev I.N. Child-Langmuir Law for a Planar Diode Filled with a Two-Layer Dielectric. – IEEE Transactions on Plasma Science, 2016, vol. 44(10), pp. 2376–2381, DOI:10.1109/TPS.2016.2601492.

Поступила в редакцию [31.10.2022]

Принята к публикации [17.11.2022]

Автор:



Дубинов Александр Евгеньевич – доктор физ.-мат. наук, зам. директора Научно-производственного центра физики в Российском Федеральном Ядерном Центре – Всероссийском НИИ экспериментальной физики; профессор кафедры «Экспериментальная физика»

Саровского физико-технического института – филиала Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Саров, Нижегородская обл., Россия.

Calculation of DC Circuits Containing the Child-Langmuir Diodes

DUBINOV Alexandr E. (Russian Federal Nuclear Center – All-Russia Scientific Research Institute of Experimental Physics Power Engineering Institute; Sarov Physical and Technical Institute – Branch of National Research Nuclear University “MEPhI”, Sarov, Russia) – Deputy Director of Scientific Production Center of Physics; Professor of the Experimental Physics Dept., Dr. Sci.(Phys.-Math.).

The DC circuits containing the Child-Langmuir (CL) diodes as their components are proposed for the first time for studying and calculation. The CL-diodes have a volt-ampere characteristic in the form of the power law with an exponent of $3/2$. The devices that should be related to the category of CL-diodes include vacuum thermionic diodes with direct currents limited by the electron beam own space charge, solar cells, semiconductor light-emitting diodes, high-power diodes of direct-acting electron accelerators, etc. Circuits containing several CL-diodes have not been considered before anywhere. Formulas for general perveance with parallel- and series-connected CL-diodes having different perveances are given. Two calculation examples of the general perveance of the circuit containing three and four CL-diodes are presented. The methods and results of this study can be used for calculating the volt-ampere characteristics of, e.g., complex multicomponent circuits of solar cells or light emitting diodes.

Key words: Child–Langmuir diode, perveance, parallel and series connection

REFERENCES

1. **Child C.D.** Discharge from Hot CaO. – Physical Review (Series I), 1911, vol. 32(5), pp. 492–511, DOI:10.1103/PHYS REV SERIES I.32.492.
2. **Langmuir I.** The Effect of Space Charge and Residual Gases on Thermionic Currents in High Vacuum. – Physical Review, 1913, vol. 2(6), pp. 450–486.
3. **Bull C.S.** Space-Charge in Beam Tetrodes and Other Valves. – Journal of the Institution of Electrical Engineer, Part III: Radio and Communication Engineering, 1948, vol. 95(33), pp. 17–24. DOI: 10.1049/ji-3-2.1948.0006.
4. **Kompfner R.** The Klystron as Amplifier at Centimetric Wavelengths. – Journal of the British Institution of Radio Engineers, 1947, vol. 7(3), pp. 117–123.
5. **Liu L. et al.** Efficiency Enhancement of Reflex Triode Virtual Cathode Oscillator Using the Carbon Fiber Cathode. – IEEE Transactions on Plasma Science, 2007, vol. 35(2), pp. 361–368, DOI:10.1109/TPS.2007.893266.
6. **Dubinov A.E. et al.** Stochastron – an SHF Generator with a Virtual Cathode Realizing the Stochastic Resonance Mode. – Russian Physics Journal, 1999, vol. 42(6), pp. 574–579.
7. **Clark J.J., Linke S.** Operating Modes of a Pulsed 50-GW Diode. – IEEE Transactions on Electron Devices, 1971, vol. 18(5), pp. 322–330.
8. **Wittmaack K.** Beam Formation in a Triode Ion Gun. – Nuclear Instruments and Methods, 1974, vol. 118(1), pp. 99–113, DOI:10.1016/0029-554X(74)90690-9.
9. **Degond P., Parzani C., Vignal V.-H.** A One-Dimensional Model of Plasma Expansion. – Mathematical and Computer Modelling, 2003, vol. 38(10), pp. 1093–1099, DOI:10.1016/S0895-7177(03)90109-9.
10. **Weber B.V. et al.** Plasma Erosion Opening Switch Research for ICF. – Laser and Particle Beams, 1987, vol. 5(3), pp. 537–548.
11. **Abdallah N.B., Degond P., Mehats F.** Mathematical Models of Magnetic Insulation. – Physics of Plasmas, 1998, vol. 5(5), pp. 1522–1534, DOI:10.1063/1.872810.
12. **Sheridan T.E., Goree J.** Analytic Expression for the Electric Potential in the Plasma Sheath. – IEEE Transactions on Plasma Science, 1990, vol. 17(6), pp. 884–888, DOI:10.1109/27.41228.
13. **Farouki R.T., Dalvie M., Pavarino L.F.** Boundary-Condition Refinement of the Child-Langmuir Law for Collisionless DC Plasma Sheaths. – Journal of Applied Physics, 1990, vol. 68(12), pp. 6106–6116, DOI:10.1063/1.346898.
14. **Sheridan T.E.** Analytic Theory of Sheath Expansion into a Cylindrical Bore. – Physics of Plasmas, 1996, vol. 3(9), pp. 3507–3512, DOI: 10.1063/1.871501.
15. **Benilov M.S.** The Child–Langmuir Law and Analytical Theory of Collisionless to Collision Dominated Sheaths. – Plasma Sources Science and Technology, 2009, vol. 18(1), DOI:10.1088/0963-0252/18/1/014005.
16. **Lisovskiy V.A., Derevianko V.A., Yegorenkov V.D.** The Child-Langmuir Collision Laws for the Cathode Sheath of Glow Discharge in Nitrogen. – Vacuum, 2014, vol. 103, pp. 49–56, DOI:10.1016/j.vacuum.2013.12.008.
17. **Zhang P. et al.** 100 Years of the Physics of Diodes. – Applied Physics Reviews, 2017, vol. 4(1), DOI:10.1063/1.4978231.
18. **Tong C. et al.** Metal-Induced Growth of Crystal Si for Low-Cost Al:ZnO/Si Heterojunction Thin Film Photodetectors. – Materials Science in Semiconductor Processing, 2018, vol. 82, pp. 92–96, DOI:10.1016/j.mssp.2018.03.038.
19. **Chow K.K., Maddix H.S., Chorney P.** Thermionic Emission of Alkali Ions from Impregnated Metal Matrices. – Applied Physics Letters, 1967, vol. 10(9), pp. 256–258, DOI: 10.1063/1.1754936.
20. **Nath C., Kumar A.** Doping Level Dependent Space Charge Limited Conduction in Polyaniline Nanoparticles. – Journal of Applied Physics, 2012, vol. 112(9), DOI:10.1063/1.4763362.
21. **Tan J.-H., Anderson W.A.** Current Transport in Copper Indium Gallium Diselenide Solar Cells Comparing Mesa Diodes to the Full Cell. – Solar Energy Materials & Solar Cells, 2003, vol. 77(3), pp. 283–292, DOI:10.1016/S0927-0248(02)00349-5.
22. **Qasrawi A.F. et al.** Photovoltaic Effect and Space Charge Limited Current Analysis in TlGaTe2 Crystals. – Acta Physica Polonica A, 2012, vol. 122(1), pp. 152–155, DOI:10.12693/APhysPolA.122.152.
23. **Guedes V.F., Nobrega K.Z., Ramos R.V.** Analytical Solution of the Space Charge Limited Current Using Lambert–Tsallis Wq Function. – IEEE Transactions on Electron Devices, 2022, vol. 69(10), pp. 5787–5791.
24. **Dubinov A.E., Kitayev I.N.** Child–Langmuir Law for a Planar Diode Filled with a Two-Layer Dielectric. – IEEE Transactions on Plasma Science, 2016, vol. 44(10), pp. 2376–2381, DOI:10.1109/TPS.2016.2601492.

Received [31.10.2022]

Accepted [17.11.2022]