

## Об исследовании малых колебаний сложных электрических систем

АЛЛАЕВ К.Р., МАХМУДОВ Т.Ф.

Разработана математическая модель многомашинной регулируемой электроэнергетической системы (ЭЭС) в матричной форме, основой которой являются уравнения в пространстве состояний и технология вложения систем. Полученная математическая модель позволяет исследовать статическую устойчивость регулируемой сложной электрической системы путем определения собственных значений матрицы динамики. На основе метода декомпозиции исходной модели сложной электрической системы с помощью полуортогональных матричных делителей нуля осуществлено смещение полюсов системы в желаемое положение.

Ключевые слова: электрическая система, модель, декомпозиция системы, размещение полюсов, моделирование

Регулируемая энергосистема представляет собой сложную динамическую колебательную систему со многими переменными состояниями и разнообразными связями как в основных, силовых элементах – агрегатах электростанций, являющихся объектами регулирования, так и в их системах автоматического регулирования. Качественные характеристики колебательных свойств энергосистем проявляются во временных переходных процессах.

Для сложных динамических систем известные методы размещения полюсов зачастую не применимы в связи с присущими им недостатками; плохая обусловленность матриц; возможная неразрешимость задачи при полной управляемости; быстрый рост размерности решаемых уравнений и др. [1–3].

**Математическая модель переходных процессов в электрической системе.** Разработку математической модели многомашинной электрической системы при малых колебаниях проведем на базе уравнений в пространстве состояний [2, 4]:

$$\dot{x} = Ax + Bu; \tag{1}$$

$$y = Cx + D\epsilon, \tag{2}$$

где  $A$  – матрица собственной динамики системы;  $B$  – матрица управляющих воздействий;  $C$  – матрица наблюдения системы;  $D$  – матрица непосредственного воздействия на выход системы;  $x \in R^n$  – вектор состояния;  $u \in R^r$  – вектор входа;  $R$  – множество действительных чисел;  $n \gg 1, n > r$ .

В дальнейшем будем рассматривать инерционную систему, т.е. будем считать  $D=0$  [17].

Модель описывает переходный процесс в электрической системе с учетом баланса моментов (мощностей) на валу  $i$ -го агрегата ЭЭС [1, 5, 6]:

$$\frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = \frac{\omega_0}{T_{ji}} [P_{Ti} - P_{Gi}], \tag{3}$$

где  $\omega_0$  – синхронная угловая частота;  $T_{ji}$ ,  $\delta_i$ ,  $P_{Ti}$ ,  $P_{Gi}$  – постоянная инерции  $i$ -го агрегата, угол нагрузки  $i$ -го генератора, механическая мощность  $i$ -й турбины, электромагнитная мощность  $i$ -го синхронного генератора соответственно.

Уравнение электромагнитной мощности  $i$ -го синхронного генератора в позиционной идеализации [5, 6]:

$$P_{Gi} = E_i^2 y_{ii} \sin \alpha_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j y_{ij} \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij}), \tag{4}$$

где  $E_i$ ,  $E_j$  – ЭДС  $i$ -го и  $j$ -го синхронных генераторов;  $y_{ii}$ ,  $y_{ij}$  – собственная и взаимная проводимость сети;  $\alpha_{ii}$ ,  $\alpha_{ij}$  – дополняющие углы.

После соответствующих преобразований (3) и (4) с учетом демпферного момента получим линеаризованные уравнения баланса мощностей на валу синхронного генератора относительно абсолютных углов [4]:

$$\frac{d^2 \Delta \delta_i}{dt^2} = \frac{\omega_0}{T_{ji}} \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} \Delta \delta_j - b_{ii} \Delta \delta_i - P_{di} \frac{\Delta \delta_i}{dt} - \frac{dP_i}{dE_{qi}} \Delta E_{qi} \right], \tag{5}$$

где  $b_{ij} = a_{ij} \cos \beta_{ij}$ ;  $a_{ij} = E_i E_j y_{ij}$ ;  $b_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}$ ;

$c_{ij} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} \sin \beta_{ij}$ ;  $P_{di}$  – коэффициент обобщенного демпферного момента  $i$ -го генератора.

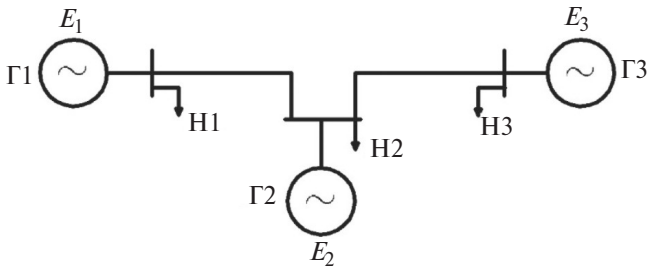


Рис. 1. Схема трехгенераторной электрической системы

Важность исследований переходных режимов электрической системы относительно абсолютных углов отмечается в [18, 19].

Базовые параметры: сопротивления генераторов  $x_{dr1}=2$ ;  $x_{dr2}=1,75$ ;  $x_{dr3}=1,8$ ; демпферные коэффициенты  $P_{dr1}=0$ ;  $P_{dr2}=0$ ;  $P_{dr3}=0$ ; начальные абсолютные углы генераторов  $\delta_{10}=65^\circ$ ;  $\delta_{20}=75^\circ$ ;  $\delta_{30}=60^\circ$ ; переходные постоянные времени по продольной оси при замкнутой накоротко обмотке статора  $T'_{dr1}=1$  с;  $T'_{dr2}=1,5$  с;  $T'_{dr3}=1$  с; постоянные инерции генераторов  $T_{j1}=7$  с;  $T_{j2}=6$  с;  $T_{j3}=5,5$  с; постоянные времени возбудителя  $T_{er1}=0,4$  с;  $T_{er2}=0,4$  с;  $T_{er3}=0,4$  с; коэффициенты усиления системы АРВ по отклонению угла  $k_{0\delta1}=10$ ;  $k_{0\delta2}=8$ ;  $k_{0\delta3}=8$ ; коэффициенты усиления системы АРВ по отклонению напряжения  $k_{0u1}=50$ ;  $k_{0u2}=20$ ;  $k_{0u3}=50$ ; то же по первой производной отклонения угла  $k_{1\delta1}=3$ ;  $k_{1\delta2}=0$ ;  $k_{1\delta3}=0$ ; то же по первой производной отклонения напряжения  $k_{1u1}=0$ ;  $k_{1u2}=0$ ;  $k_{1u3}=0$ .

Особенностью системы уравнений (5) является то, что они решены относительно абсолютных углов генераторов системы и, например, для трехгенераторной электрической системы (рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \Delta\delta_1}{dt^2} &= \frac{\omega_0}{T_{j1}} \left[ -b_{11} \Delta\delta_1 + b_{12} \Delta\delta_2 + b_{13} \Delta\delta_3 - \right. \\ &\left. - P_{d1} \frac{\Delta\delta_1}{dt} - \frac{dP_1}{dE_{q1}} \Delta E_{q1} \right]; \\ \frac{d^2 \Delta\delta_2}{dt^2} &= \frac{\omega_0}{T_{j2}} \left[ -b_{21} \Delta\delta_1 - b_{22} \Delta\delta_2 + b_{23} \Delta\delta_3 - \right. \\ &\left. - P_{d2} \frac{\Delta\delta_2}{dt} - \frac{dP_2}{dE_{q2}} \Delta E_{q2} \right]; \\ \frac{d^2 \Delta\delta_3}{dt^2} &= \frac{\omega_0}{T_{j3}} \left[ b_{31} \Delta\delta_1 + b_{32} \Delta\delta_2 - b_{33} \Delta\delta_3 - \right. \\ &\left. - P_{d3} \frac{\Delta\delta_3}{dt} - \frac{dP_3}{dE_{q3}} \Delta E_{q3} \right]; \end{aligned} \right\} (6)$$

Система уравнений (6), отражающая переходные процессы при малых отклонениях, удобна как в алгоритмическом, так и в вычислительном плане, в особенности, в случаях совместного их решения с уравнениями узловых напряжений (УУН) [4]. Это объясняется тем, что результатом решения УУН являются модуль напряжения  $i$ -го узла  $U_i$  и его аргумент  $\delta_i$ , определяемые относительно балансирующего узла [15] и используемые в приведенных уравнениях (6).

Уравнения исследуемой сложной регулируемой электрической системы со многими входами и выходами в пространстве состояний (1) и (2) окончательно будут иметь вид [2, 4, 6–10, 17]:

$$\dot{x} = A_{\Sigma} x + B_{\Sigma} u; \quad (7)$$

$$y = Cx; \quad (8)$$

$$u = -Kx, \quad (9)$$

где  $K \in R^{r \times n}$  – матрица регуляторов возбуждения синхронных генераторов.

Считается, что для систем (7) и (8) существует управление с обратной связью вида (9) [1, 2, 16].

Определим содержание  $A_{\Sigma}$  и  $B_{\Sigma}$  для модели сложной ЭЭС, содержащей  $n$  синхронных генераторов с АРВ. Задача решается для случая, когда генераторы ЭЭС имеют автоматические регуляторы возбуждения сильного действия (АРВ-с), реагирующие только на отклонения и первые производные режимных параметров. Постоянная времени автоматического регулятора ( $T_{pi}=0$ ) не учитывается. Тогда уравнение выхода автоматического регулятора возбуждения для  $i$ -го генератора имеет вид:

$$\Delta U_{APVi} = \sum_1^k k_{0pi} \Delta \Pi_{ki} + k_{1pi} \frac{d\Delta \Pi_{ki}}{dt}, \quad (10)$$

где  $k$  – число параметров режима генератора (электрической системы), по которым осуществляется автоматическое регулирование возбуждением  $i$ -го генератора ЭЭС;  $\Delta \Pi_{ki}$ ,  $k_{0pi}$ ,  $k_{1pi}$  – отклонение  $k$ -го параметра режима, коэффициенты усиления АРВ по каналам отклонения и первой производной тех же параметров режимов соответственно.

При малых возмущениях параметров режима на основе (6)-(9), с учетом (10), можно получить обобщенную блочную матрицу размером  $(4n \times 4n)$  для динамики электрической системы с  $n$  генераторами, имеющими АРВ-с в виде [4]:

$$A_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \\ A_{21(n \times n)} & A_{22(n \times n)} & A_{23(n \times n)} & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & A_{33(n \times n)} & A_{34(n \times n)} \\ A_{41(n \times n)} & A_{42(n \times n)} & 0_{n \times n} & A_{44(n \times n)} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Элементы матрицы (11) являются функциями параметров режима и электрической системы и для общего случая приведены в [4]. Особенностью элементов этой матрицы является то, что они сильно разрежены. В качестве примера приведем подматрицу  $A_{23(n \times n)}$ :

$$A_{23(n \times n)} = \begin{bmatrix} -\frac{dP_1}{dE_{q1}} \frac{\omega_0}{T_{j1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{dP_2}{dE_{q2}} \frac{\omega_0}{T_{j2}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -\frac{dP_n}{dE_{qn}} \frac{\omega_0}{T_{jn}} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где обозначения параметров – общепринятые [2, 4, 5, 7].

Содержание матрицы входа  $\mathbf{B}_\Sigma$  целиком зависит от закона регулирования возбуждения и, соответственно, параметров каналов автоматического регулирования, по которым осуществляется управление системой возбуждения  $n$  синхронных машин, установленных в ЭЭС. Для выбранного закона регулирования возбуждения (10) обобщенная матрица  $\mathbf{B}_\Sigma$  имеет размер  $4n \times n(k-m)$  и вид [4]:

$$\mathbf{B}_\Sigma = \begin{bmatrix} \dots & 0_{3n \times 3(k-m)} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ B_{41[n \times (k-m)]} & B_{42[n \times (k-m)]} & B_{43[n \times (k-m)]} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где  $m$  – число параметров режима, входящих в обобщенную матрицу динамики ЭЭС, таких как элементы вектора пространства состояний электрической системы.

В данном случае подматрицы матрицы  $\mathbf{B}_\Sigma$  являются функциями постоянных параметров систем регулирования агрегата [4].

Обобщенные матрицы (11) и (13) и их составляющие при выбранной модели АРВ-с позволяют описать переходные процессы в сложной ЭЭС с  $n$  генераторами при малых возмущениях параметров режима. Например, для трехгенераторной ЭЭС (рис. 1) при предположении, что АРВ-с реагирует на отклонения частоты и напряжения генераторов  $(\Delta f_i, \Delta U_{ri})$ , а также их первых производных  $(\dot{\Delta f}_i, \dot{\Delta U}_{ri})$ , уравнение выхода автоматического регулятора возбуждения для  $i$ -го генератора имеет вид [3]:

$$\Delta U_{APBi} = k_{0fi} \Delta f_i + k_{1fi} \frac{d\Delta f_i}{dt} + k_{0U_{ri}} \Delta U_{ri} + k_{1U_{ri}} \frac{d\Delta U_{ri}}{dt}, \quad (14)$$

где  $i=1 \div 3$ .

При этом обобщенные матрицы имеют размеры:  $\mathbf{A}_3 - 4n \times 4n = 12 \times 12$ , а  $\mathbf{B}_3 - 4n \times n(k-m) = 4 \times 3 \times 3(4-2) = 12 \times 6$  (так как число генераторов равно  $n=3$ , число регулируемых параметров  $k=4$  ( $\Delta f_i, \Delta U_{ri}, \dot{\Delta f}_i, \dot{\Delta U}_{ri}$ ), которые используются в матрице  $\mathbf{A}_3$  в качестве параметров пространства состояний).

Управление системой (7), (8) с помощью законов (9) является классической задачей, и необходимо найти такую матрицу  $\mathbf{K}$ , при которой обеспечиваются заданные требования к процессу управления [1, 13].

В [4] получена матрица коэффициентов регуляторов возбуждения синхронных генераторов в общем виде:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \Delta f_1 & \dots & \Delta f_n & \Delta s_1 & \dots & \Delta s_n \\ k_{E_{q1}} & \dots & k_{E_{q1}} & k_{E_{q1}} & \dots & k_{E_{q1}} \\ \Delta f_1 & \dots & \Delta f_n & \Delta s_1 & \dots & \Delta s_n \\ k_{E_{q2}} & \dots & k_{E_{q2}} & k_{E_{q2}} & \dots & k_{E_{q2}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta f_1 & \dots & \Delta f_n & \Delta s_1 & \dots & \Delta s_n \\ k_{E_{qn}} & \dots & k_{E_{qn}} & k_{E_{qn}} & \dots & k_{E_{qn}} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где  $k_{E_{qi}}^{\Delta f_i}$  – коэффициент усиления по каналу АРВ

$i$ -го генератора по отклонению частоты;  $k_{E_{qi}}^{\Delta s_i}$  – то же по отклонению скольжения данного генератора, причем  $i, j=1-n$ .

Размер матрицы (15) равен  $n \times 2n$ .

Если  $i=j$ , то осуществляется собственное регулирование, если  $i \neq j$ , – взаимное регулирование. Очевидно, что в сложной ЭЭС взаимное регулирование, как правило, не используется, поэтому  $k_{E_{qi}}^{\Delta f_i} = 0$ , так как  $i \neq j$ .

**Основы метода декомпозиции.** Рассмотрим метод стабилизации по состоянию большой линейной системы, т.е. обеспечение выполнения требования для системы (7), (8) с помощью закона (9) в смысле размещения полюсов (собственных значений матрицы  $\mathbf{A} + \mathbf{BK}$ ) в области  $\mathcal{C}^{stab}$ . В основе метода лежит специфическое преобразование подобия исходной системы [17]. При этом в явном виде определяются элементы матрицы  $\mathbf{A}$  и/или их комбинации, изменение которых с помощью обратной связи позволяет обеспечить заданное размещение полюсов в замкнутой системе.

Рассмотрим эффективный метод решения задачи полного размещения полюсов системы (7)–(9), в основе которого лежит декомпозиция модели исходной системы [16, 17]. При этом (как будет показано далее) метод не требует решения никаких специальных матричных уравнений (типа уравнения Сильвестра), имеет один и тот же вид для непре-

рывного и дискретного случаев задания модели системы, не имеет ограничений по алгебраической и геометрической кратности задаваемых полюсов.

Вводится в рассмотрение следующая многоуровневая декомпозиция системы (1), (2) с парой матриц  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ , где  $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in R^{n \times m}$  [2, 17]:

нулевой (исходный) уровень:

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}, \quad \mathbf{B}_0 = \mathbf{B}; \quad (16)$$

первый уровень:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}^\perp \mathbf{A} \mathbf{B}^{\perp T}, \quad \mathbf{B}_1 = \mathbf{B}^\perp \mathbf{A} \mathbf{B}; \quad (17)$$

$f$ -й (промежуточный) уровень:

$$\mathbf{A}_f = \mathbf{B}_{f-1}^\perp \mathbf{A}_{f-1} \mathbf{B}_{f-1}^{\perp T}, \quad \mathbf{B}_f = \mathbf{B}_{f-1}^\perp \mathbf{A}_{f-1} \mathbf{B}_{f-1}; \quad (18)$$

$L$ -й (конечный) уровень:

$$\mathbf{A}_L = \mathbf{B}_{L-1}^\perp \mathbf{A}_{L-1} \mathbf{B}_{L-1}^{\perp T}, \quad \mathbf{B}_L = \mathbf{B}_{L-1}^\perp \mathbf{A}_{L-1} \mathbf{B}_{L-1}. \quad (19)$$

Здесь знаком « $\perp$ » обозначены так называемые матричные делители нуля.

Будем считать, что все матрицы  $\mathbf{B}_i$  в (16)–(19) являются матрицами полного ранга по столбцам.

При этом справедливо утверждение [2]: пусть система (7), (8) полностью управляема и матрица  $\mathbf{K} \in R^{n \times m}$  удовлетворяет формулам:

нулевой (исходный) уровень:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 = \Phi_0 \mathbf{B}_0^- - \mathbf{B}_0^- \mathbf{A}; \quad \mathbf{B}_0^- = \mathbf{B}_0^+ - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_0^\perp; \quad (20)$$

первый уровень:

$$\mathbf{K}_1 = \Phi_1 \mathbf{B}_1^- - \mathbf{B}_1^- \mathbf{A}_1; \quad \mathbf{B}_1^- = \mathbf{B}_1^+ - \mathbf{K}_2 \mathbf{B}_1^\perp; \quad (21)$$

$f$ -й (промежуточный) уровень:

$$\mathbf{K}_f = \Phi_f \mathbf{B}_f^- - \mathbf{B}_f^- \mathbf{A}_f; \quad \mathbf{B}_f^- = \mathbf{B}_f^+ - \mathbf{K}_{f+1} \mathbf{B}_f^\perp; \quad (22)$$

$L$ -й (конечный) уровень:

$$\mathbf{K}_L = \Phi_L \mathbf{B}_L^+ - \mathbf{B}_L^+ \mathbf{A}_L. \quad (23)$$

Здесь  $\mathbf{B}^+$  – псевдообратная матрица Мура–Пенроуза, тогда  $\text{eig}(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}) = \bigcup_{i=1}^{L+1} \text{eig}(\Phi_{i-1})$  – желаемый спектр замкнутой системы [2, 12].

Алгоритм метода декомпозиции представлен на рис. 2.

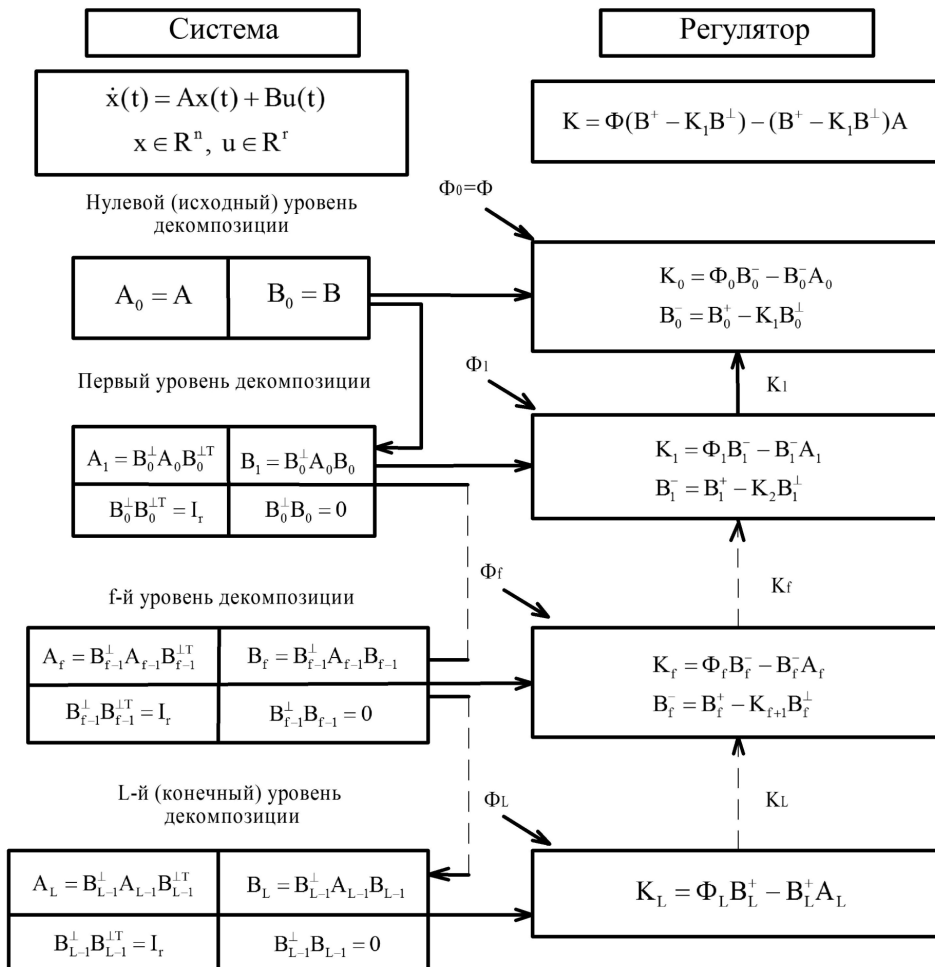


Рис. 2. Алгоритм полного размещения полюсов системы

**Расчетная часть.** Применим данный метод размещения полюсов матрицы собственной динамики на примере трехгенераторной электрической системы с заданными параметрами (рис. 1).

Матрицы собственной динамики и управляющих воздействий электрической системы  $A_3$  и  $B_3$  соответственно имеют вид [4]:

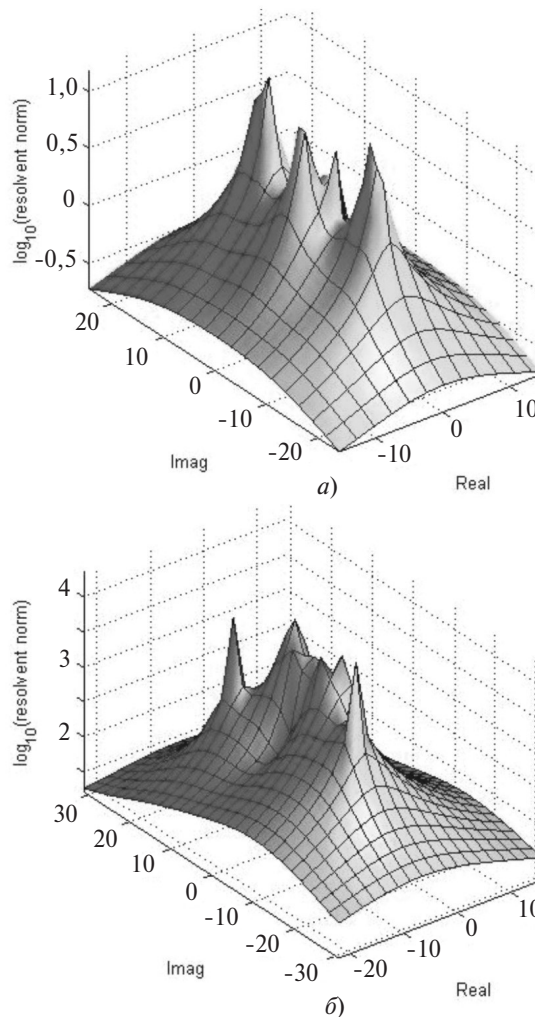
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -57,21 & 27,863 & 29,68 & 0 & 0 & 0 & -0,9859 \\ 39,33 & -92,08 & 52,75 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 20,66 & 46,16 & -83,262 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 25 & 0 & 0 & 7,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8,427 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0,666 & 0 & 0 & -0,666 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2,5 \end{bmatrix};$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 125 & 0 \end{bmatrix}.$$

Синтезированный регулятор (23) может быть сконструирован таким образом, чтобы в динамической системе были обеспечены необходимые требования: устойчивость, демпфирование низкочастотных колебаний и т.д. [4].

Спектр матрицы собственной динамики трехгенераторной ЭЭС  $A_3$  при выбранных параметрах режима и системы равен:  $-0,0047 \pm 11,7631i$ ;  $-0,0284 \pm 9,4865i$ ;  $-0,3113 \pm 3,2625i$ ;  $2,4021$ ;  $1,1566$ ;  $1,0057$ ;  $-3,4727$ ;  $-2,526$ ;  $-2,7109$ , и её 3D-визуализация приведена на рис. 3.



**Рис. 3.** 3D-визуализация спектра исходной трехгенераторной электрической системы (а) с гурвицевой матрицей  $A_3$  и после смещения полюсов (б) (горизонтальные оси на рис. 2 соответствуют осям комплексной плоскости, по вертикальной оси отложен логарифм нормы функции резольвенты, пики локализуют собственные значения матрицы)

Как видно из спектра и приведенной на рис. 4,а переходной характеристики изменения отклонения абсолютного угла нагрузки первого генератора, исследуемая электрическая система при заданных параметрах режима и системы является неустойчивой из-за наличия положительных собственных значений матрицы динамики и как результат – наблюдаются незатухающие колебания угла при подаче на вход системы единичного импульса.

По приведенным выражениям (16)–(23) определим матрицу регулирования:

$$K = \begin{bmatrix} -2,76 & 2,95 & 1,102 & -0,3 & 0,48 & -0,27 & -0,22 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -19,2 & -9,65 & 34,83 & 1,81 & -4,25 & 2,43 & -0,67 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 11,56 & -4,08 & -9,61 & 1,36 & -0,41 & -1,01 & 0,148 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$



$$\rightarrow \begin{bmatrix} 0,288 & 0,13 & 0,05 & -0,02 & -0,009 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,65 & 2,41 & 0,07 & 0,24 & -0,24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,83 & -0,9 & -0,015 & 0,078 & 0,123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

и закон, обеспечивающий смещения полюсов матрицы  $A+BK$  в следующее положение:  $-7\pm 15i$ ;  $-2,5\pm 7i$ ;  $-1\pm 5i$ ;  $-4\pm 3i$ ;  $-0,2$ ;  $-1$ ;  $-3,5$ ;  $-5C^{stab}$ .

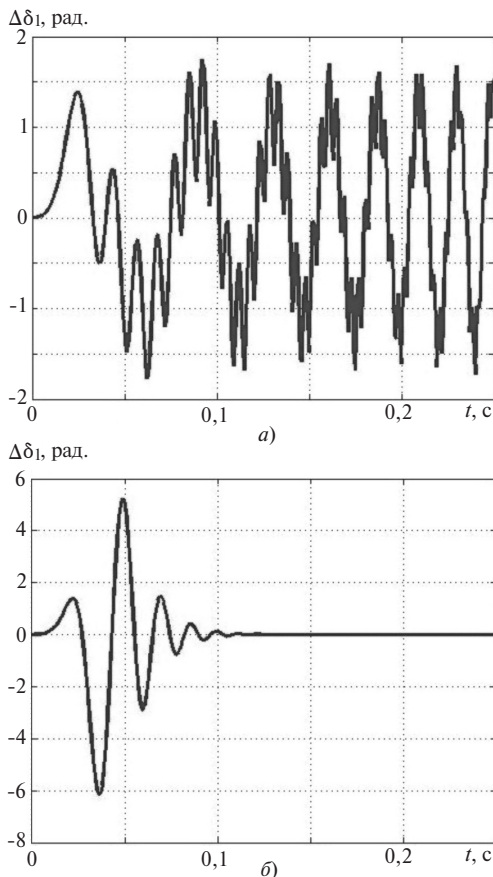


Рис. 4. Переходные характеристики отклонения абсолютного угла первого генератора трехгенераторной системы

Спектр желаемых полюсов системы показан на рис. 3,б. По полученным ранее собственным значениям матрицы динамики и приведенной на рис. 4,б переходной характеристики можно сделать заключение об успешном решении задачи стабилизации системы (7), полученной парой матриц  $A_3$  и  $B_3$  с помощью закона управления (9) и матрицы регулятора (23). Собственные значения матрицы системы приобрели желаемые значения, а достаточно быстро затухающие колебания угла (рис. 4,б) свидетельствуют о резком улучшении демпфирующих свойств исследуемой электрической системы.

**Заключение.** Модель электрической системы, представляемая в виде матрицы  $A_\Sigma$ , эффективна при исследовании сложных электрических систем,

так как она проста и выгодна в вычислительном отношении – состоит, как правило, из блоков нулевой и единичной матриц и соответственно разрежена [4, 11, 12]. Предложенный способ перемещения полюсов модели электрической системы произвольной сложности может быть использован для оперативного управления режимами ЭЭС с выбором соответствующего закона АРВ.

Таким образом, современные матричные методы исследования динамических систем и их новые конструкции (нули матриц, канонизация и т.д.) позволяют управлять переходными режимами сложных ЭЭС, перемещая полюса, и изменять качество динамики исследуемых систем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Anderson P.M., Fouad A.A. Power system control and stability, Second edition, Wiley-Interscience A John Wiley & Sons Inc, USA, 2002, 664 p.
2. Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Размещение полюсов при управлении большой энергетической системой. – Автоматика и телемеханика, 2011, вып. 10, с. 129–153.
3. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во Н.Ф. Бочкаревой, 2006, 720 с.
4. Аллаев К.Р., Мирзабаев А.М. Матричные методы анализа малых колебаний электрических систем. Ташкент: Fan va texnologiya, 2016, 432 с.
5. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. М.: Высшая школа, 1985, 537 с.
6. Klos A. Mathematical Models of Electrical Network Systems: Theory and Applications - An Introduction. Springer International Publishing AG, 2017, 108 p.
7. Мисриханов М.Ш. Инвариантное управление многомерными системами. М.: Наука, 2007, 284 с.
8. Abdellatif B.M. Stability with respect to part of the variables of nonlinear Caputo fractional differential equations. – Mathematical Communications, 2018, 23, pp. 119–126.
9. Gotman V.I. Common algorithm of static stability estimation and computation of steady states of power systems. – Power engineering, 2007, vol. 311, No. 4, pp. 127–130.
10. Holali K.D., Efimov D., Richard J.-P. Interval Observers for Linear Impulsive Systems. – 10th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2016), Monterey, California, United States, 2016, pp. 867–872.
11. Kovalenko S., Sauhats A., Zicmane I., Utans A. New Methods and Approaches for Monitoring and Control of Complex Electrical Power Systems Stability. – IEEE 16th Intern. Conf. on Environment and Electrical Engineering (EEEIC 2016), 2016, pp. 270–275.
12. Makhmudov T. Technology of embedding systems as a method for studying the dynamic regimes of complex electric systems. – American Journal of Energy and Power Engineering, 2018, vol. 5, No. 2, pp. 15–19.
13. Автоматизация управления энергообъединениями/Под ред. С.А. Совалова. М.: Энергия, 1979, 431 с.
14. Irgwanto M. et al. Improvement of Dynamic Electrical Power System Stability Using Riccati Matrix Method. – Applied Mechanics and Materials, 2015, vol. 793, pp. 29–33.
15. Фазылов Х.Ф., Насыров Т.Х. Установившиеся режимы электроэнергетических систем и их оптимизация. Ташкент: Молия, 1999, 370 с.
16. Allaev K.R., Makhmudov T.F. Analysis of Small Oscillations in Complex Electric Power Systems. – Engineering (USA), 2018, vol. 10, No. 5, pp. 253–261.
17. Мисриханов М.Ш. Классические и новые методы анализа многомерных динамических систем. М.: Энергоатомиздат, 2004, 566 с.

18. **Андреюк В.А.** Использование абсолютного угла для управления переходными режимами энергосистемы/Под ред. Л.А. Кошечева. — Изв. НИИ постоянного тока, 2011, № 65, с. 27–42.

19. **Андреюк В.А., Асанбаев Ю.А., Сказыбаева Н.С.** Статическая устойчивость энергосистемы, регулируемой по абсолютному углу. — Изв. НИИ постоянного тока, 1997, № 56, с. 146–156.

[12.12.2018]

*А в т о р ы:* **Аллаев Кахраман Рахимович** окончил в 1969 г. электроэнергетический факультет Московского энергетического института. В 1991 г. защи-

тил докторскую диссертацию «Повышение эффективности электроэнергетических систем внедрением асинхронных турбогенераторов» в МЭИ. Действительный член Академии наук Республики Узбекистан. Профессор кафедры «Электрические станции, сети и системы» Ташкентского государственного технического университета (ТГТУ) им. Ислама Каримова.

**Махмудов Тохир Фархадович** окончил в 2011 г. магистратуру ТГТУ. Докторант ТГТУ им. Ислама Каримова.

*Elektrichestvo*, 2019, No. 4, pp. 32–38

DOI:10.24160/0013-5380-2019-4-32-38

## Investigations of Small Oscillations in Complex Electric Systems

**ALLAYEV Kakhraman R.** (Tashkent State Technical University (TSTU), Tashkent, Uzbekistan) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

**MAKHMUDOV Takhir F.** (TSTU, Tashkent, Uzbekistan) – Graduate Student

*The mathematical model of a controlled multimachine electric power system in matrix form is developed. The model is based on space state equations and on using the system nesting technology. By using the obtained mathematical model, it is possible to investigate small-signal stability of a controlled complex electric system through determining the eigenvalues of the system dynamics matrix. The method of decomposing the complex electric system initial model by means of semi-orthogonal matrix zero dividers is applied for shifting the system poles to the desired positions.*

**Key words:** electric system, model, system decomposition, pole loci, modeling

### REFERENCES

1. **Anderson P.M., Fouad A.A.** Power system control and stability, Second edition, Wiley-Interscience A John Wiley & Sons Inc, USA, 2002, 664 p.

2. **Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N.** *Avtomatika i telemekhanika – in Russ. (Automation and telemekhanics)*, 2011, iss. 10, pp. 129–153.

3. **Bukov V.N.** *Vlozheniye sistem. Analiticheskiy podkhod k analizu i sintezu matrichnykh sistem* (An analytical approach to analysis and synthesis of matrix systems). Kaluga, Publ. of N.F. Bochkarevoy, 2006, 720 p.

4. **Allayev K.R., Mirzabaev A.M.** *Matrichnye metody analiza malyykh kolebaniy elektricheskikh sistem* (Matrix methods of analysis of small vibrations of the electric systems). Tashkent: Fan va texnologiya, 2016, 432 p.

5. **Venikov V.A.** *Perekhodnye elektromekhanicheskiye protsessy v elektricheskikh sistemakh* (Transitional electromechanical processes in electrical systems). Moscow, Vysshaya shkola, 1985, 537 p.

6. **Klos A.** *Mathematical Models of Electrical Network Systems: Theory and Applications. – An Introduction.* Springer International Publishing AG, 2017, 108 p.

7. **Misrikhanov M.Sh.** *Invariantnoe upravleniye mnogomernymi sistemami* (Invariant management by the multidimensional systems). Moscow, Nauka, 2007, 284 p.

8. **Abdellatif B.M.** Stability with respect to part of the variables of nonlinear Caputo fractional differential equations. — *Mathematical Communications*, 2018, 23, pp. 119–126.

9. **Gotman V.I.** Common algorithm of static stability estimation and computation of steady states of power systems. — *Power engineering*, 2007, vol. 311, No. 4, pp. 127–130.

10. **Holali K.D., Efimov D., Richard J.-P.** Interval Observers for Linear Impulsive Systems. — 10th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2016), Monterey, California, United States, 2016, pp. 867–872.

11. **Kovalenko S., Sauhats A., Zicmane I., Utans A.** New Methods and Approaches for Monitoring and Control of Complex Electrical Power Systems Stability. — IEEE 16th Intern. Conf. on Environment and Electrical Engineering (EEEIC 2016), 2016, pp. 270–275.

12. **Makhmudov T.** Technology of embedding systems as a method for studying the dynamic regimes of complex electric systems. — *American Journal of Energy and Power Engineering*, 2018, vol. 5, No. 2, pp. 15–19.

13. **Avtomatizatsiya upravleniya energoob'yedineniyami/ Pod red. S.A. Sovalova** (Automation of management of energy associations/Edit. by S.A. Sovalov). Moscow, Nauka, 1979, 431 p.

14. **Irwanto M. et al.** Improvement of Dynamic Electrical Power System Stability Using Riccati Matrix Method. — *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 793, pp. 29–33.

15. **Fazylov Kh.F., Nasyrov T.Kh.** *Ustanovivshiesya rezhimy elektroenergeticheskikh sistem i ikh optimizatsiya* (Set modes of the electroenergy systems and their optimization). Tashkent, Moliya, 1999, 370 p.

16. **Allayev K.R., Makhmudov T.F.** Analysis of Small Oscillations in Complex Electric Power Systems. — *Engineering (USA)*, 2018, vol. 10, No. 5, pp. 253–261.

17. **Misrikhanov M.Sh.** *Klassicheskiye i novye metody analiza mnogomernykh dinamicheskikh sistem* (Classic and new methods for analyzing multidimensional dynamic systems). Moscow, Energoatomizdat, 2004, 566 p.

18. **Andreyuk V.A.** *Izv. NII postoyannogo toka – in Russ. (News of the Research Institute of Direct-Current)*, 2011, No. 65, pp. 27–42.

19. **Andreyuk V.A., Asanbaev Yu.A., Skazyeva N.S.** *Izv. NII postoyannogo toka – in Russ. (News of the Research Institute of Direct-Current)*, 1997, No. 56, pp. 146–156.

[12.12.2018]