

Определение предела мощности, передаваемой по линии электропередачи, при оценке балансовой надежности электроэнергетических систем

ОБОСКАЛОВ В.П.¹, ГЕРАСИМЕНКО А.А.²

¹УрФУ, Екатеринбург, Россия

²СФУ, Красноярск, Россия

В рамках проблемы обеспечения балансовой надежности электроэнергетических систем (ЭЭС) с учетом баланса как активной, так и реактивной мощности рассматривается задача оценки и выбора критериев формирования области допустимых значений режимных параметров. Специфика расчетов режимов ЭЭС при оценке их надежности заключается в анализе сочетаний работоспособного оборудования при вероятностном характере анализируемых величин. Актуальным является выбор доминирующих критериев перегрузки элементов ЭЭС, позволяющий сократить длительность расчета режимов отдельных состояний ЭЭС, а следовательно, увеличить число рассмотренных состояний и повысить качество оценки показателей балансовой надежности ЭЭС. В статье линия электропередачи представлена двухузловой схемой с узлами электропотребления и электропитания с неизменным модулем напряжения. Оценочным параметром предельной передаваемой мощности предложено рассматривать отношение максимальной передаваемой мощности к мощности короткого замыкания на приемном конце линии электропередачи. Данный показатель позволяет согласовать качественно различные критерии перегрузки связей. Показано, что при оценке пропускной способности линий электропередачи переменного тока в общем случае не существует доминирующего ограничения. В качестве начальной предельной оценки допустимости перетока мощности предложено принять четверть мощности короткого замыкания в конце линии электропередачи. При оценке балансовой надежности ЭЭС рекомендуется учитывать область эффективной работы линии электропередачи.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, балансовая надежность, мощность короткого замыкания, предельный режим, пропускная способность

Основным математическим методом при расчете показателей балансовой надежности (БН) электроэнергетических систем (ЭЭС) является метод статистических испытаний (Монте-Карло) [1–9], который заключается в многократном моделировании случайных состояний элементов ЭЭС с последующим анализом соответствующего данному состоянию ЭЭС электрического режима. Основной задачей является выявление неприемлемых по техническим условиям состояний ЭЭС, что необходимо для выбора соответствующих управляющих воздействий. Существенная часть моделируемых состояний реальных ЭЭС не связана с отклонением параметров режима за пределы допустимых значений и не требует детального анализа режима ЭЭС, что делает актуальным его приближенный (оценочный) расчет [1, 5, 10–13]. Для этой цели применяются упрощенные алгоритмы (разделенный метод Ньютона и др.) и расчет потокораспределения через линейные коэффициенты потокораспределения: при изменении мощности узла (*Power Transfer Distribution Factors – PTDF*) и

при отключении линии электропередачи (*Line Outage Distribution – LODF*) [10].

При более точных расчетах установившихся режимов индикатором недопустимости режима может служить отсутствие сходимости итерационного процесса. В то же время, при использовании коэффициентов потокораспределения линейная оценка послеаварийного режима может оказаться в недопустимой области, поэтому важно иметь и использовать иные (в отличие от сходимости) индикаторы критической области. В статье авторы попытались рассмотреть приемлемость и приоритетность существующих критериев допустимости режима в задаче оценки БН ЭЭС.

Одним из факторов, сопутствующих переходу в критическую область, является перегрузка линий электропередачи (ЛЭП). В качестве основных, приемлемых для расчетов показателей БН ЭЭС критерий пропускной способности межсистемных связей, рассматриваются термическая стойкость, статическая устойчивость, принадлежность к области допустимых

режимов ЛЭП, минимально допустимое на зажимах электроприемника напряжение и пределы эффективно передаваемой по ЛЭП мощности (по фактору надежности ЭЭС). Как правило, предельные значения тока и мощности, передаваемых по ЛЭП, задаются на основе предварительных расчетов [3]. Однако в задаче оценки БН ЭЭС при произвольном составе генерирующего оборудования и топологии электрической сети практически невозможно априори учесть все особенности рассматриваемого режима. В качестве расчетных должны рассматриваться пределы передаваемой мощности. Заданные предельные величины не всегда соответствуют допустимости режима. Необходим уточненный расчет допустимых перетоков мощности, который зависит как от баланса активной, так и реактивной мощности.

При оценке надежности ЭЭС важное место занимают события, связанные с частичным ограничением мощности нагрузки при недопустимо большом, но вероятностно возможном электропотреблении в условиях отказов оборудования и устройств ЭЭС. Здесь значимым является выбор оптимальных управляющих воздействий (УВ) для восстановления нормального установившегося режима с привязкой к специфике технологических ограничений. Отмеченные УВ, как правило, определяют некоторые результирующие показатели надежности (вероятность и математическое ожидание недоотпуска электроэнергии и др.)

Дополнительный интерес представляют вероятностные показатели каскадного развития аварий. При отказах ЛЭП (с их последующим отключением) из-за перераспределения активной и реактивной мощности возможна дополнительная перегрузка сетевых элементов ЭЭС (лавина перегрузки электрической сети). Для ее предотвращения выполняется разгрузка электрической сети путем частичного ограничения электропотребления. Расширенный или полный спектр каскадных аварий рассматривается при анализе режимной надежности [14, 15], живучести и безопасности ЭЭС. Частично каскадные аварии могут учитываться и в рамках БН ЭЭС. Если при моделировании состояний ЭЭС методом Монте-Карло принять допущение, что перегрузка связи всегда действиями релейной защиты и автоматики приводит к ее отключению, то такие события отразятся на результирующих показателях БН ЭЭС, которые ориентированы на оценку экономически необходимых генерирующего и сетевого резервов мощности. При этом допускается возможность отказа любых элементов ЭЭС, показатели надежности которых задаются в качестве исходных данных. Как правило, УВ выполняются в объеме, достаточном для приведения всех показателей электрического режима до значений, приемлемых при оперативном управлении режимами.

В процессе эксплуатации ЭЭС сформировался простой для понимания критерий $N-1$, согласно которому

отключение (отказ) любого элемента в ЭЭС не должно приводить к ограничению электропотребления [1–9]. В некоторых странах введен критерий $N-2$ (обобщенно $N-k$). Однако оптимальная глубина резервирования k разная для разных подсистем ЭЭС. В частности, для электрических сетей низкого (до 1 кВ), а зачастую и среднего (до 35 кВ) напряжений критерий $N-1$ является избыточным из-за большого числа узлов нагрузки относительно небольшой мощности, относительно небольшого ущерба при отказе электроснабжения отдельных электроприемников и больших затрат на обеспечение резерва по критерию $N-1$. В то же время, для распределительных сетей высокого напряжения (110–220 кВ) критерий $N-1$ является необходимым, а критерий $N-2$ часто не является избыточным [3, 4], поскольку при увеличении k прирост ожидаемого ущерба может рассматриваться как значимый.

Эффективность системы обеспечения резерва мощности оценивается проверочными расчетами, число которых для реальных ЭЭС неимоверно велико и определяется числом сочетаний отказов элементов ЭЭС. Дополнительно вычислительные затраты зависят от сложности задачи выбора и оценки УВ при каждой аварийной ситуации, где применяются оптимизационные процедуры. Это приводит к необходимости введения допущений и ограничений, упрощающих математическую постановку задачи. Так, при расчете БН ЭЭС не учитывается реактивная составляющая мощности – это является предметом анализа режимной надежности, где выполняется детальный анализ установившихся режимов по назначенному списку аварийных ситуаций в ЭЭС [14, 15].

В то же время передача реактивной мощности и ее распределение в электрической сети влияют не только на напряжение в узлах, но и на пропускную способность связей [3, 12, 13, 16], которая учитывается упрощенно ограничениями по термической стойкости (нагреванию) ЛЭП и допустимой перегрузке трансформаторов и устойчивости параллельной работы электростанций и узлов нагрузки – статической устойчивости [1, 2, 4]. При этом оценка предельной передаваемой по ЛЭП активной мощности выполняется, как правило, без учёта баланса реактивной мощности. Однако локальный дефицит реактивной мощности может привести к снижению напряжений и, соответственно, пропускной способности отдельных ЛЭП и максимально допустимого перетока (МДП) мощности в сечениях. Отсюда неучет фактора распределения реактивной мощности при оценке балансов активной мощности может привести к существенной погрешности. Кроме того, проблема обеспечения баланса реактивной мощности имеет самостоятельную значимость, поскольку генерация и потребление реактивной мощности – неотъемлемые составляющие единого технологического процесса производства, передачи, распределения и потребления электрической энергии (ЭЭ) в сети переменного тока [16, 17].

Среди обобщённых режимных факторов мало внимания уделяется мощности короткого замыкания (КЗ), которая определяет способность ЭЭС обеспечить необходимый уровень напряжения в узлах и токов дуговых электрических печей [18]. Мощность КЗ является одним из значимых факторов, на основе которого определяется допустимый переток мощности.

Компьютеризация способствует расширению сферы учитываемых факторов. В области БН ЭЭС это связано с необходимостью учета баланса реактивной мощности [19]. И первым шагом является анализ причин, определяющих пропускную способность электрической сети.

Целью исследований является определение и сопоставление приемлемых для анализа БН ЭЭС критериев перегрузки ЛЭП.

Научная новизна заключается в анализе допустимости существующих критериев перегрузки ЛЭП для их использования в задаче БН ЭЭС. Для сопоставимости критериев предлагается использовать мощность КЗ. Показано, что классические ограничения по предельно допустимым значениям тока по ЛЭП и модулям напряжения в узлах являются необходимыми, но не достаточными. В качестве дополнительных ограничений необходимо учитывать условия устойчивости электрического режима по напряжению. При выборе управляющих воздействий при оценке БН ЭЭС предлагается и обосновывается дополнительный критерий эффективности: мощность по ЛЭП со стороны узла питания не должна превышать четвертой части мощности КЗ.

Ограничивающие по условиям существования режима факторы рассмотрим на примере ЛЭП постоянного тока (рис. 1).

Основные функциональные соотношения для ЛЭП постоянного тока. Использованы допущения:

рассматривается односторонняя передача энергии – от источника питания к потребителю;

напряжение источника питания неизменно по модулю, $V_i = E = \text{const}$.

Для наглядности вводятся обозначения:

$$E = U_i;$$

$$U = U_j;$$

P_r , P_e – мощность, передаваемая по ЛЭП соответственно со стороны передающего и приемного конца.

Потери мощности в ЛЭП (рис. 1):

$$\pi = I^2 R = \left(P_r^2 / E^2 \right) R = P_r^2 \left(\frac{E^2}{R} \right) = P_r^2 / P_{k3}. \quad (1)$$

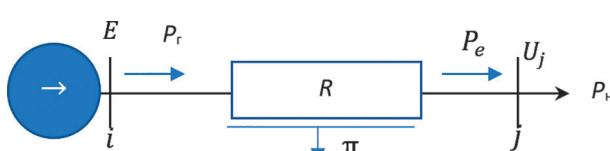


Рис. 1. Электропередача постоянного тока

Fig. 1. DC power transmission

где $P_{k3} = E^2 / R$ – мощность КЗ (мощность в начале ЛЭП (на передающей стороне), соответствующая току при КЗ на её конце. Для ЛЭП переменного тока представлены токи, превышающие в $\sqrt{3}$ фазное значение).

Мощность в конце ЛЭП характеризуется квадратичной функцией

$$P_e = P_r - \pi = P_r (1 - (P_r / P_{k3})). \quad (2)$$

Максимальная передаваемая по ЛЭП мощность определяется по условию

$$\frac{dP_e}{dP_r} = 1 - \frac{2P_r}{P_{k3}} = 0. \quad (3)$$

При этом мощность на приемном конце $P_{e\max}$ и соответствующая $P_{e\max}$ мощность в начале ЛЭП:

$$P_{e\max} = \frac{1}{4} P_{k3}; P_r (P_{e\max}) = \frac{1}{2} P_{k3}. \quad (4)$$

Согласно (1) и (4) соответствующие данному режиму потери мощности в ЛЭП

$$\pi P_{e\max} = P_{k3} / 4. \quad (5)$$

Предельное напряжение на приемном конце ЛЭП, при котором существует рассматриваемый режим:

$$U(P_{e\max}) = E - \frac{P_r(P_{e\max})R}{E} = E - \frac{\frac{1}{2} P_{k3} R}{E} = \frac{1}{2} E,$$

что явно ниже минимально допустимого для электроприемника значения. Т.е. при определении предельного перетока мощности критерий минимально допустимого напряжения является доминирующим.

Представляет интерес режим, при котором приращение потерь в ЛЭП больше приращения передаваемой мощности (неэффективный с позиции БН ЭЭС режим электропотребления). Этому условию соответствует неравенство

$$\frac{d\pi}{dP_r} > \left(\frac{dP_e}{dP_r} = \frac{d(P_r - \pi)}{dP_r} = 1 - \frac{d\pi}{dP_r} \right).$$

С учетом (1)

$$\left(\frac{d\pi}{dP_r} = \frac{2P_r}{P_{k3}} \right) > \frac{1}{2},$$

что соответствует условию $P_r > P_{k3} / 4$.

Таким образом, на интервале $0,25P_{k3} < P_r < 0,5P_{k3}$ приращение потерь мощности становится больше приращения передаваемой мощности P_e , а при $P_r > 0,5P_{k3}$ мощность на шинах электроприемника переходит через свой максимум $P_{e\max}$ и начинает убывать (рис. 2). При $P_r = P_{k3} / 4$ потери мощности в ЛЭП

$$\pi(P_r = P_{k3} / 4) = P_{k3} / 16.$$

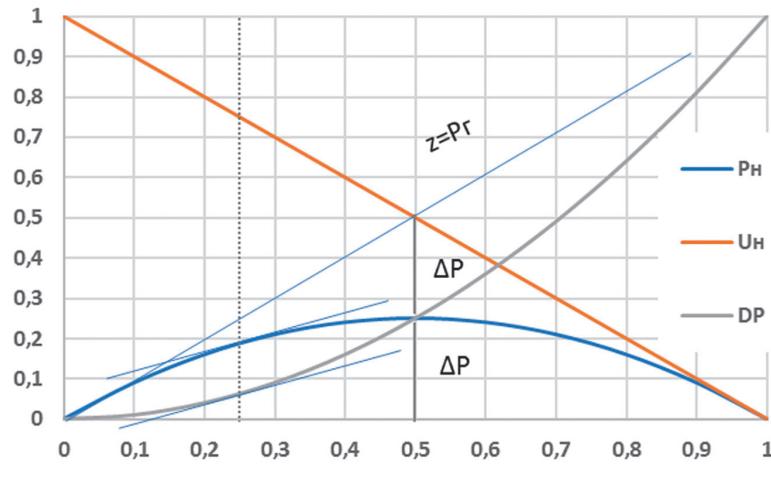


Рис. 2. Передача мощности по ЛЭП постоянного тока
Fig. 2. Power transmission via DC power lines

Мощность со стороны приемного конца ЛЭП

$$P_e(P_r = P_{k3}/4) = P_r - \pi = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right)P_{k3} = \frac{3}{16}P_{k3}.$$

На интервале $0,25P_{k3} < P_r < 0,5P_{k3}$ передаваемая мощность возрастает на ΔP_e :

$$\begin{aligned} \Delta P_e &= P_e(P_r = 0,5P_{k3}) - P_e(P_r = 0,25P_{k3}) = \\ &= \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{16}\right)P_{k3} = \frac{1}{16}P_{k3}, \end{aligned}$$

в то время как потери мощности в ЛЭП возрастают на величину, втрое большую:

$$\Delta\pi = P_{k3}/4 - P_{k3}/16 = 3P_{k3}/16.$$

Поэтому интервал $0,25P_{k3} < P_r < 0,5P_{k3}$ можно считать неэффективным для передачи мощности.

Предельной мощности $P_r = 0,25P_{k3}$ соответствуют потери $\Delta U = 0,25E$. Такие потери напряжения в ЛЭП часто считаются недопустимыми. В результате критерий минимально допустимого напряжения $U \geq U_{\text{доп}}$ является превалирующим. Соответствующее предельное значение передаваемой мощности $P_{r,\text{max}} = P_{k3} \min(0,25; 1 - U_{\text{доп}}/E)$.

Представленная математическая модель соответствует условию варьирования P_r . Реально меняется нагрузка, а P_r согласно (2) является квадратичной функцией мощности нагрузки $P_n(P_r)$:

$$P_e = P_r - \pi = P_r - \frac{P_r^2}{P_{k3}} \rightarrow \frac{P_r^2}{P_{k3}} - P_r + P_e = 0. \quad (6)$$

Решение квадратного уравнения (6):

$$P_r = \frac{1}{2} \left(P_{k3} \mp \sqrt{P_{k3}(P_{k3} - 4P_e)} \right).$$

При положительном дискриминанте ($P_e < 0,25P_{k3}$) решения симметричны относительно $P_r = P_{k3}/2$ (на восходящей и нисходящей сторонах параболы $P_e(P_r)$, рис. 2).

Восходящая часть является рабочей зоной с относительно малыми потерями мощности и напряжения в ЛЭП. Режим $0,5P_{k3} < P_r < P_{k3}$ реально возможен (как реально возможен режим КЗ), но неэффективен из-за больших потерь и малом напряжении на электроприемнике. Решение может возникнуть, например, в режиме неизменности тока нагрузки при аварийных отключениях одной из двух параллельно включенных ЛЭП, в результате чего электрический режим, соответствующий предшествующей мощности нагрузки, оказывается в правой части новой параболы $P_n(P_r)$.

Напряжение на шинах электроприемника определяется исходя из известного соотношения $U = P_e/I$. При этом ток ЛЭП определяется решением квадратного уравнения:

$$P_e = P_r - \pi = EI - PR.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} PR - EI + P_e &= 0; \\ I &= \frac{E \mp \sqrt{E^2 - 4PR}}{2R}. \end{aligned} \quad (7)$$

Дискриминант в (7) положителен при тех же условиях, что и в (6). Дискриминант отрицателен (режим не существует) при $P_e > P_{k3,0}/4$. Т.е. отрицательный дискриминант может служить индикатором перехода параметров режима в недопустимую зону и необходимости коррекции электрического режима. При попытке поддержать мощность электроприемника до значений $P_n > P_{k3,0}/4$ путем увеличения потребляемого тока напряжение на шинах электроприемника снижается до нуля.

Для примера рассмотрим режим отключения одной из двух параллельных ЛЭП. Рассматривается двухцеп-

ная электропередача с параметрами: $E = 0,5$ кВ; $R = 10$ Ом, ток нагрузки $I = 20$ А. При этом $P_r = 0,5 \cdot 20 = 10$ кВт; потери мощности $\pi = 4$ кВт. $P_{e,0} = P_r - \pi = 10 - 4 = 6$ кВт. Мощность КЗ в доаварийном режиме составляет $P_{k3,0} = E^2/R = 25$ кВт. При этом нагрузка $P_{e,0} = < 0,25P_{k3,0}$ (левая часть кривой на рис. 2). Напряжение на шинах электроприемника $U = E - IR = 0,5 - 0,02 \cdot 10 = 0,3$ кВ = 0,6Е.

При отключении одной из двух ЛЭП сопротивление ЛЭП удваивается: $R_a = 20$ Ом. Считаем, что ток, а следовательно и P_r , остаются неизменными. Потери мощности удваиваются, $\pi = 8$ кВт. Напряжение на шинах электроприемника снижается до $U = E - IR = 0,5 - 0,02 \cdot 20 = 0,1$ кВ. Снижается и потребляемая электроприемником мощность: $P_{e,ab} = P_r - \pi = 10 - 8 = 2$ кВт. Мощность КЗ в новом режиме уменьшается в 2 раза: $P_{k3,1} = E^2/R = 0,5 \cdot 2 / 20 \cdot 10^3 = 12,5$ кВт. При этом $P_r = (10/12,5)P_{k3,1} > 0,5P_{k3,1}$. В результате, электрический режим существует, но он перешел в правую часть кривой $P_r(P_r)$. Здесь начальный ток может быть обеспечен при недопустимо низком напряжении на приемном конце ЛЭП и чрезвычайно больших потерях мощности в ЛЭП, что сопровождается резким снижением мощности электропотребления (если оно возможно при $U = 0,1$ кВ = 0,2Е).

Если ставится задача сохранения первоначальной мощности электроприемника $P_{e,ab} = P_{e,0} = 6$ кВт, то уменьшение напряжения в 3 раза должно компенсироваться увеличением тока в 3 раза, что сопровождается увеличением потерь мощности в 9 раз (72 кВт). В результате мощность со стороны ИП должна быть $P_r = 78$ кВт, что больше мощности КЗ $P_{k3} = 12,5$ кВт. Отсюда режим сохранения мощности электроприемника при отключении одной из двух ЛЭП невозможен. В новых условиях гарантировано можно обеспечить нагрузку не более $P_{e,ab} < 0,25P_{k3,ab} = 3,16$ кВт. Но это достигается снижением тока до уровня, определяемого (7).

Соотношения, рассмотренные для ЛЭП постоянного тока, могут быть использованы при рассмотрении электропередачи переменного тока

Электропередача переменного тока. Основные допущения и обозначения:

узлы электропередачи идентифицированы как i – передающий (узел электропитания) и j – приемный (узел электропотребления), рис. 3;

для снижения индексной загруженности вводится обозначение $E = |\dot{U}_i|$; $V = |\dot{U}_j|$;

напряжение источника неизменно по модулю ($E = \text{const}$).

Неучет активного сопротивления ЛЭП. Как правило, основные закономерности физических процессов более отчетливо проявляются при рассмотрении частных случаев режимов электропередачи, например, при часто применяемом допущении $R = 0$, которое, связано с реально существующим для основных сетей

ЭЭС соотношением $R \ll X$ и с повышением гарантии надежности режима, поскольку реальные токи в электрической сети будут меньше тех, что получены при принятом допущении.

Ток по линии при выражении комплексных величин в полярной системе координат и допущении $R = 0$:

$$\dot{I}_{ij} = \frac{(\dot{U}_i - \dot{U}_j)}{X} = \frac{1}{Xe^{\frac{\pi}{2}}} (Ee^{j\delta_i} - Ve^{j\delta_j}).$$

Математическая сущность проблемы не изменяется, если фазовый сдвиг, угол напряжения на приемном конце ЛЭП принять равным нулю $\delta_j = 0$, а угол напряжения узла питания принять равным $\delta = \delta_i - \delta_j$.

Мощность по линии со стороны приемного узла (в направлении тока от узла i к узлу j):

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ij}^- &= Ve^{j\delta_j} \dot{I}_{ij}^* = \frac{EV}{X} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)} - \frac{V^2}{X} e^{j\frac{\pi}{2}}; \\ P_{ij}^- &= \text{Re}(\dot{S}_{ij}^-) = \frac{EV}{X} \sin\delta; \\ Q_{ij}^- &= \text{Im}(\dot{S}_{ij}^-) = \frac{V}{X} (E \cos\delta - V). \end{aligned} \quad (8) \quad (9)$$

Мощность по линии со стороны передающего узла i :

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ij}^+ &= P_{ij}^+ + jQ_{ij}^+ = Ee^{j\delta_i} \dot{I}_{ij}^* = \\ &= \frac{E}{X} e^{j\delta_i} e^{\frac{j\pi}{2}} (Ee^{-j\delta_i} - Ve^{-j\delta_j}) = \frac{E^2}{X} e^{j\frac{\pi}{2}} - \frac{EV}{X} e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \delta\right)}; \\ P_{ij}^+ &= \text{Re}(\dot{S}_{ij}^+) = \frac{EV}{X} \sin\delta; \\ Q_{ij}^+ &= \text{Im}(\dot{S}_{ij}^+) = \frac{E}{X} (E - V \cos\delta). \end{aligned} \quad (10) \quad (11)$$

Потери мощности $\Delta P = 0$;

$$\Delta Q = Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = \frac{1}{X} (E - V)^2 + 2 \frac{EV}{X} (1 - \cos\delta).$$

В нормальном режиме при относительно небольших углах между векторами напряжений $\cos\delta \approx 1$; $\sin\delta \approx \delta$. Отсюда

$$\begin{aligned} P_{ij}^- &= P_{ij}^+ \approx \frac{EV}{X} \delta; \quad Q_{ij}^- \approx \frac{V}{X} (E - V); \\ Q_{ij}^+ &\approx \frac{E}{X} (E - V); \quad \Delta Q \approx \frac{1}{X} (E - V)^2. \end{aligned}$$

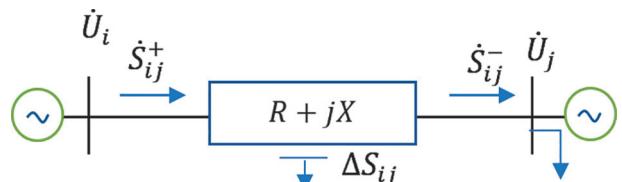


Рис. 3. Передача мощности по ЛЭП переменного тока

Fig. 3. Power transmission via AC power lines

Данные соотношения показывают известную закономерность: передаваемая по ЛЭП активная мощность определяется, в основном, фазовым углом между векторами напряжений, а реактивная мощность – разностью модулей напряжений [12, 13, 16] (в [13] приведено аналитическое обоснование указанных закономерностей). В предельных режимах при $\delta \approx \pi/2$ зависимость активной мощности от напряжения и реактивной мощности от угла становится более значимой.

Согласно (8) максимальная мощность $P_{ij \max}^-$ соответствует условию $\delta = \pi/2$. При этом

$$P_{ij \max}^- = \frac{EV}{X}; \quad Q_{ij}^- = -\frac{V^2}{X}; \quad \Delta Q = \frac{E^2 + V^2}{X}.$$

Данному режиму соответствует поступающая со стороны приёмного узла j реактивная мощность $Q_{ij}^- (P_{ij \max}^-)$, определяющая емкостный характер нагрузки (синие векторы на рис. 4). При $R = 0$ падение напряжения в ЛЭП перпендикулярно вектору тока. При емкостном характере тока угол ϕ между векторами тока и напряжения в конце электропередачи, а следовательно, и между P_{ij}^- и Q_{ij}^- : $\phi = -\arctg(V/E)$.

Следует заметить, что при индуктивном токе угол электропередачи $\delta = \pi/2$ (условие, применяемое иногда в качестве критериального при оценке предельного перетока мощности $P_{ij \max}^-$) невозможен. В случае чисто активной нагрузки это иллюстрируется красными векторами на рис. 4.

В предельных режимах поступающая в ЛЭП реактивная мощность Q_{ij}^+ практически равна мощности КЗ, $Q_{ij}^+ \approx Q_{\text{кз}} = E^2/X$. Отсюда при $R = 0$ модуль тока $|I_{ij}| \approx I_{\text{кз}}$. Поэтому основным критерием при ограничении передаваемой по ЛЭП мощности является максимально допустимый по нагреванию ток ЛЭП.

Область существования решения при $R = 0$, $Q_{ij}^- = Q = \text{const}$. Обозначая P_{ij}^- через P , согласно (8) и (9) при $Q = \text{const}$:

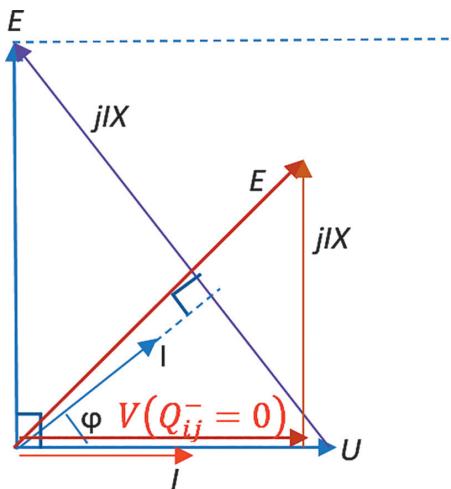


Рис. 4. Режим максимальной передаваемой мощности

Fig. 4. Maximum transmit power mode

$$P = \frac{EV}{X} \sin \delta \rightarrow P^2 = \left(\frac{EV}{X} \sin \delta \right)^2; \\ \left(Q + \frac{V^2}{X} \right)^2 = \left(\frac{EV}{X} \cos \delta \right)^2.$$

Отсюда формируется биквадратное уравнение, отражающее функциональную взаимосвязь между P_{ij}^- и V :

$$P^2 + \left(Q + \frac{V^2}{X} \right)^2 = \left(\frac{EV}{X} \right)^2; \\ P^2 X^2 + (QX + V^2)^2 = S^2 X^2 + 2QXV^2 + V^4 = E^2 V^2,$$

где $S^2 = P^2 + Q^2$.

В результате уравнение, определяющее напряжение на приемном конце ЛЭП, имеет вид:

$$V^4 + (2QX - E^2)V^2 + S^2 X^2 = 0.$$

Напряжение в узле нагрузки

$$V = \sqrt{\frac{E^2 - 2QX \pm \sqrt{D}}{2}}, \quad (12)$$

где дискриминант

$$D = (2QX - E^2)^2 - 4S^2 X^2 = E^4 - 4P^2 X^2 - 4QXE^2. \quad (13)$$

Наличие действительных корней уравнения (12) возможно при $D \geq 0$. Данное условие приводит к неравенству

$$P^2 \leq \frac{E^4}{4X^2} - Q \frac{E^2}{X} = \left(\frac{1}{4} Q_{\text{кз}} - Q \right) Q_{\text{кз}}.$$

Отсюда потребляемая реактивная мощность $Q_{ij}^- = Q$ (при $Q > 0$) не должна превышать $Q_{\text{кз}}/4$.

При $Q_{ij}^- = 0$ (условие максимальной по условию допустимости режима активной мощности) для получения решения необходимо, чтобы $P_{ij}^- \leq Q_{\text{кз}}/2$. Наличие дополнительной передаваемой реактивной мощности $Q_{ij}^- > 0$ снижает полученную максимальную оценку. Однако при емкостном характере нагрузки ($Q < 0$) возможна передача активной мощности $P_{ij \max}^- > Q_{\text{кз}}/2$.

Согласно (12) существует дополнительное условие существования решения. В предельном случае $D = 0$ при $Q_{ij}^- > 0$ необходимо выполнение условия $E^2 - 2Q_{ij}^- X > 0$, т.е. $Q_{ij}^- \leq Q_{\text{кз}}/2$. Однако полученное ранее соотношение $Q_{ij}^- \leq Q_{\text{кз}}/4$ является превалирующим.

Дополнительное условие: $R = 0$; $V = E$. В задачах оценки БН часто (например, если на приемном конце ЛЭП имеются средства регулирования напряжения) принимается допущение $V_i = V_{i,\text{hom}}$, $\forall i$. В рассматриваемой задаче $V \approx E$. Здесь:

$$P_{ij}^- = P_{ij}^+ = \frac{E^2}{X} \sin \delta; \quad (14)$$

$$-Q_{ij}^- = Q_{ij}^+ = \frac{E^2}{X} (1 - \cos \delta); \quad (15)$$

$$\Delta P_{ij} = 0; \quad \Delta Q_{ij} = 2Q_{ij}^+. \quad (16)$$

Отметим, что при равенстве модулей напряжения по концам ЛЭП реактивная мощность поступает в ЛЭП как по передающему, так и по приемному концу. В реальной ЭЭС с большим числом узлов это маловероятно. Отсюда при оценке баланса реактивной мощности допущение $V_i = V_{i,\text{ном}}$ $\forall i$ нежелательно. Однако условие $V \approx E$ целесообразно для оценки предельных перетоков в отдельных ЛЭП.

Максимальная передаваемая мощность. Согласно (14) в режиме ($R = 0$; $V = E$) максимальная мощность $P_{ij\max}^-$ соответствует условию $\delta = \pi/2$. При этом $P_{ij\max}^- = P_{ij}^+ = Q_{ij}^+ = -Q_{ij}^- = Q_{k3}^- = E^2/X$.

В рассматриваемом режиме (минимальное по длине ЛЭП) напряжение в середине ЛЭП

$$\begin{aligned} \dot{U}\left(\frac{X}{2}\right) &= \left(E - \frac{Q_{ij}^+}{E} \frac{X}{2}\right) - j \frac{P_{ij}^+}{E} \frac{X}{2} = \\ &= \frac{E}{2} - j \frac{E}{2} = (\sqrt{2} E) / 2e^{-j\pi/4}. \end{aligned}$$

Дискриминант (13)

$$D = E^4 - 4P^2X^2 - 4QXE^2 = E^4 - 4E^4 + 4E^4 = E^4 > 0.$$

Полученное решение является допустимым.

Сопоставляя $P_{ij\max}^-$ с аналогичной величиной в модели постоянного тока, нетрудно видеть, что благодаря компенсации потерь реактивной мощности путем поступления реактивной мощности со стороны приемного конца ЛЭП значение поставляемой активной мощности удается довести до уровня мощности КЗ, что в 4 раза больше максимальной мощности в модели постоянного тока. В то же время Q_{k3}^- соответствует току КЗ, который недопустим по условиям термической и электродинамической стойкости ЛЭП (средствами релейной защиты ЛЭП отключается за доли секунды). Отсюда при сделанных допущениях доминирующим ограничением режима ЛЭП является допустимый по нагреванию ток: $I_{ij} \leq I_{ij\max}$.

Чисто активная нагрузка, $Q_{ij}^- = 0$ при $R = 0$. Режим является частным случаем $Q_{ij}^- \neq 0$. Он позволяет получить максимальную оценку P_{ij}^- при передаче энергии в радиальных распределительных электрических сетях.

Согласно (9)

$$Q_{ij}^- = \frac{V}{X} (E \cos \delta - V) = 0 \rightarrow V = E \cos \delta.$$

При этом (8) преобразуется к виду:

$$P_{ij}^+ = P_{ij}^- = \frac{EV}{X} \sin \delta = Q_{k3}^- \sin \delta \cos \delta = \frac{Q_{k3}^-}{2} \sin 2\delta.$$

Максимальная мощность $P_{ij\max}^-$ соответствует условию $\delta = \pi/4$. При этом

$$P_{ij\max}^+ = P_{ij\max}^- = Q_{k3}^- / 2, \quad (17)$$

что соответствует модели постоянного тока (4).

Однако в модели переменного тока передача данной мощности сопровождается существенными потерями реактивной мощности, равными реактивной мощности в начале ЛЭП (11):

$$\Delta Q = Q_{ij}^+ = \frac{E^2}{2X} = \frac{Q_{k3}^-}{2}.$$

В то же время полная мощность S_{ij}^+ в начале ЛЭП меньше Q_{k3}^- :

$$S_{ij}^{+2} = Q_{ij}^{+2} + P_{ij}^{+2} = 2 \left(\frac{Q_{k3}^-}{2} \right)^2; \quad |S_{ij}^+| = \frac{\sqrt{2}}{2} Q_{k3}^-.$$

Отсюда для выбора критерия допустимости рассматриваемого режима необходимо сопоставление соответствующего $P_{ij\max}^-$ тока ЛЭП с током, предельно допустимым по критерию термической стойкости.

Максимальная передаваемая реактивная мощность при $R = 0$. В силу слабой функциональной зависимости $Q_{ij}^-(\delta)$ максимальная реактивная мощность $Q_{ij\max}^-$ определяется из условия экстремума:

$$\frac{\partial}{\partial V} Q_{ij}^- = \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{EV}{X} \cos \delta - \frac{V^2}{X} \right) = \frac{E}{X} \cos \delta - \frac{2V}{X} = 0.$$

Этому условию удовлетворяет соотношение

$$V = \frac{1}{2} E \cos \delta. \quad (18)$$

Данное условие является обобщающим, приемлемым для произвольного $\delta \neq 0$. Здесь:

$$\begin{aligned} Q_{ij\max}^- &= \frac{1}{4} Q_{k3}^- \cos^2 \delta; \quad Q_{ij}^+ = Q_{k3}^- \left(1 - \frac{1}{2} \cos^2 \delta \right); \\ \Delta Q &= Q_{k3}^- \left(1 - \frac{3}{4} \cos^2 \delta \right). \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что наибольшее значение $Q_{ij\max}^-$ соответствует нулевой передаваемой активной мощности ($\delta = 0$). В этом случае:

$$Q_{ij\max}^- = \frac{1}{4} Q_{k3}^-; \quad Q_{ij}^+ \Big|_{Q_{ij\max}^-} = \frac{1}{2} Q_{k3}^-; \quad \Delta Q \Big|_{Q_{ij\max}^-} = \frac{1}{4} Q_{k3}^-. \quad (19)$$

Данный результат согласуется с результатами, представленными выше, а также с моделью постоянного тока (выражения (4) и (5)).

Таким образом, при независимости варьирования активной и реактивной мощности в качестве критерия предельной передаваемой по ЛЭП мощности являются соотношения:

$$\begin{aligned} (\delta = \pi/4; Q_{ij}^- = 0) &- \text{для активной мощности;} \\ (\delta = 0; V = 0,5E) &- \text{для реактивной мощности.} \end{aligned}$$

При этом $P_{ij\max}^- = Q_{k3}/2$; $Q_{ij\max}^- = Q_{k3}/4$.

Соотношение (18), которое может быть представлено в виде $V \leq E/2$, показывает, что максимальный переток реактивной мощности наблюдается при недопустимо низком напряжении на приемном конце ЛЭП. Отсюда определяющим критерием для режима максимальной передаваемой реактивной мощности является условие $V \geq V_{\text{доп}} \geq 0,5E\cos\delta$. Согласно (9) при $\delta = 0$, а следовательно, $P_{ij}^-(Q_{ij\max}^-) = 0$,

$$Q_{ij\max}^- = \frac{V_{\text{доп}}}{X} (E - V_{\text{доп}}).$$

Максимальная активная мощность при $\operatorname{tg}\phi = \text{const}$, $R = 0$. При сделанном ограничении $P_{ij\max}^-$ однозначно определяется реактивной мощностью $Q_{ij}^- > 0$. Согласно (8) и (9)

$$\begin{aligned} \frac{Q_{ij}^-}{P_{ij}^-} &= \left[\frac{V}{X} (E\cos\delta - V) \right] \left/ \left(\frac{EV}{X} \sin\delta \right) \right. = \frac{E\cos\delta - V}{E\sin\delta} = \\ &= \operatorname{tg}\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$V = \frac{E}{\cos\phi} (\cos\delta \cos\phi - \sin\delta \sin\phi) = \frac{E}{\cos\phi} \cos(\delta + \phi).$$

При этом

$$P_{ij}^-(\delta, \phi) = \frac{EV}{X} \sin\delta = Q_{k3} \frac{\sin\delta}{\cos\phi} \cos(\delta + \phi).$$

На рис. 5 представлена определяющая $P_{ij\max}^-$ тригонометрическая составляющая функции $P_{ij}^-(\delta, \phi)$. Следует отметить, что в области $\operatorname{tg}\phi > 0$ соответствующий $P_{ij\max}^-$ угол δ существенно отличается от $\pi/2$.

Экстремуму функции $P_{ij}^-(\delta)$ соответствует условие:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\delta} \left(P_{ij}^- = \frac{Q_{k3}}{\cos\phi} \sin\delta \cos(\delta + \phi) \right) &= \\ &= \frac{Q_{k3}}{\cos\phi} [\cos\delta \cos(\delta + \phi) - \sin\delta \sin(\delta + \phi)] = \\ &= Q_{k3} \frac{\cos(2\delta + \phi)}{\cos\phi} = 0. \end{aligned}$$

В результате $P_{ij\max}^-$ наблюдается при $\delta = (\pi/2 - \phi)/2$ (в данной точке $\frac{\partial^2}{\partial\delta^2} P_{ij}^-(\delta) < 0$).

При этом

$$P_{ij}^- = Q_{k3} \frac{\sin(\pi/4 - \phi/4)}{\cos\phi} \cos(\pi/4 - \phi/4 + \phi).$$

На рис. 6 представлены кривые зависимости активной мощности от фазового угла электропередачи при разных $\operatorname{tg}\phi$. Нетрудно видеть, что с увеличением передаваемой реактивной мощности (увеличение $\operatorname{tg}\phi$) снижается максимум передаваемой активной мощности и в то же время при емкостном характере нагрузки можно получить достаточно большую передаваемую активную мощность. Оценочная величина передаваемой мощности определяется аналитически.

Общий случай. Учет активного сопротивления ЛЭП. В общем случае, при $R_{ij} \neq 0$, для двухузловой схемы [12]:

$$PP_{ij}^- = EV [B \sin\delta + G \cos\delta] - GV^2; \quad (20)$$

$$Q_{ij}^- = EV (B \cos\delta - G \sin\delta) - BV^2; \quad (21)$$

$$P_{ij}^+ = GE^2 + EV [B \sin\delta + G \cos\delta]; \quad (22)$$

$$Q_{ij}^+ = BE^2 - EV [B \cos\delta - G \sin\delta], \quad (23)$$

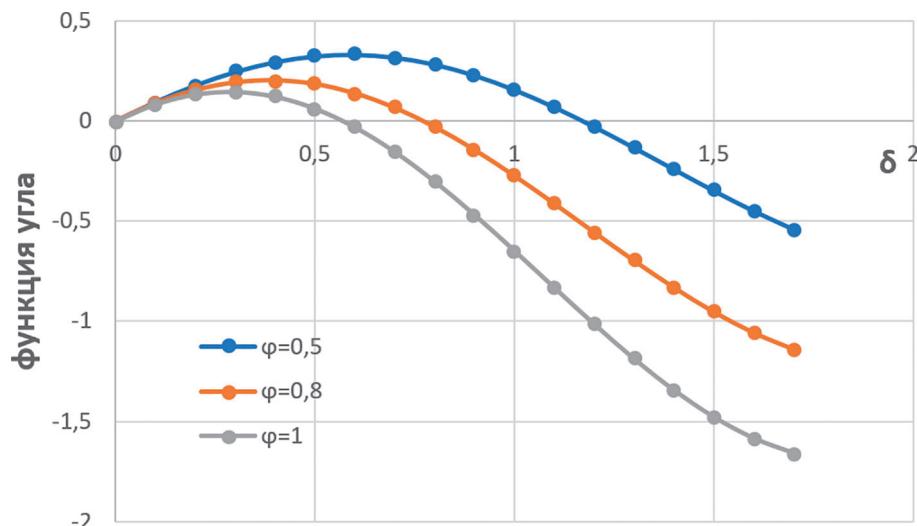


Рис. 5. Тригонометрическая составляющая функции $P_{ij}^-(\delta, \phi)$

Fig. 5. Trigonometric component of the function $P_{ij}^-(\delta, \phi)$

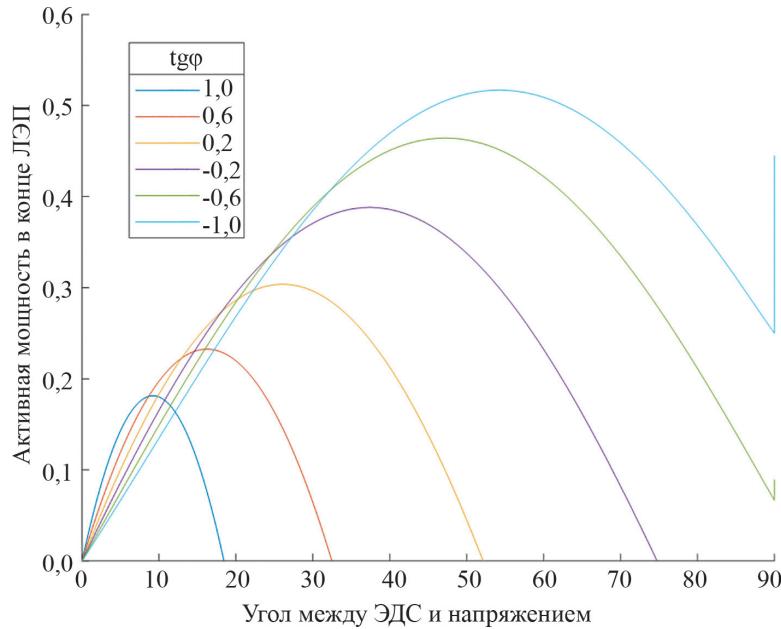


Рис. 6. Передача активной мощности по ЛЭП при $\operatorname{tg}\varphi = \text{const}$

Fig. 6. Transfer of active power through power lines at $\operatorname{tg}\varphi = \text{const}$

где $G = R/(R^2 + X^2)$; $B = X/(R^2 + X^2)$ – активная и реактивная проводимости ЛЭП.

При этом полная проводимость представляется в виде $\underline{Y} = G - jB$.

Потери активной и реактивной мощности:

$$\begin{aligned}\Delta P &= G(E^2 + V^2 - 2EV \cos \delta); \\ \Delta Q &= B(E^2 + V^2 - 2EV \cos \delta).\end{aligned}\quad (24)$$

В нормальном режиме, при относительно малых углах:

$$\Delta P \approx G(E - V)^2; \Delta Q \approx B(E - V)^2.$$

Данные соотношения показывают, что для определения данных мощностей, а также всех других параметров электрического режима достаточно знать модули и фазы векторов напряжений смежных узлов (в нашем случае две переменные $\{V, \delta\}$). Для однозначного определения модулей и фаз $\{V, \delta\}$ при заданных мощностях необходима система из любых в (21)–(24) двух уравнений. Для связи между переменными используются расчетные выражения для потерь мощности и падения напряжения в ЛЭП.

Область существования решения при $R_{ij} \neq 0$. Основные допущения, принимаемые для определения области существования режима: $|E| = E = \text{const}$; $Q_{ij}^- = Q = \text{const}$; $\dot{U}_j = V + j0$. Для снижения символьной загруженности принимается $P = P_{ij}^-$.

Согласно (20) и (21):

$$P = P_{ij}^- = \frac{EV}{Z} \cos(\theta - \delta) - GV^2; Q = \frac{EV}{Z} \sin(\theta - \delta) - BV^2.$$

Представленные уравнения могут быть записаны в виде:

$$\frac{EV}{Z} \cos(\theta - \delta) = P + GV^2; \frac{EV}{Z} \sin(\theta - \delta) = Q + BV^2.$$

Возводя в квадрат и суммируя эти два уравнения, получим:

$$\begin{aligned}\left(\frac{EV}{Z}\right)^2 &= (P + GV^2)^2 + (Q + BV^2)^2 = \\ &= S^2 + 2(PG + QB)V^2 + Y^2V^4,\end{aligned}$$

где $S^2 = P^2 + Q^2$. Отсюда

$$\begin{aligned}(EV)^2 &= \frac{S^2}{Y^2} + 2\left(P\frac{G}{Y^2} + Q\frac{B}{Y^2}\right)V^2 + V^4 = \\ &= \frac{S^2}{Y^2} + 2(PR + QX)V^2 + V^4.\end{aligned}$$

В результате формируется биквадратное уравнение

$$V^4 + (2PR + 2QX - E^2)V^2 + \frac{S^2}{Y^2} = 0.$$

Напряжение в узле нагрузки

$$V = \sqrt{\frac{E^2 - 2QX - 2PR \pm \sqrt{D}}{2}}.$$

При наличии решения внутренний дискриминант D не может быть отрицательным:

$$D = (2PR + 2QX - E^2)^2 - 4S^2Z^2 \geq 0,$$

что эквивалентно

$$\left|\cos(\varphi - \theta) - \frac{S_{k3}}{2S}\right| \geq 1,$$

где $S_{k3} = E^2/Z$.

Поскольку $\cos\theta \leq 1$, то для существования решения необходимо:

$$S(1 + \cos(\phi - \theta)) \leq \frac{S_{\text{кз}}}{2}.$$

При $Q = 0$ полученный критерий преобразуется к виду $P \leq Q_{\text{кз}}/2$, что соответствует (17).

Максимальная передаваемая активная мощность. Из-за существенной нелинейной зависимости между параметрами режима ЛЭП определение максимальной передаваемой по ЛЭП мощности $P_{ij\max}^-$ в общем случае сводится к задаче нелинейного программирования [20]:

$$\max_{V, \delta} P_{ij}^- = V [G(E \cos \delta - V) + BE \sin \delta],$$

при $0 \leq V \leq V_{\max}$ и, возможно, некоторых дополнительных условиях, например, $Q_{ij}^- = Q = \text{const}$ или $V = V_{\text{доп}}$, или... Наличие дополнительных ограничений необходимо, поскольку P_{ij}^- является функцией двух переменных V и δ , связанных между собой уравнениями узловых напряжений [12, 13, 16]. Следовательно, при сохранении ненулевой степени свободы данной задачи необходимо учесть единственное балансовое (функциональное) ограничение для реактивной составляющей нагрузки $Q_{ij}^- = Q = \text{const}$ в виде соответствующей составляющей уравнения узловых напряжений. В то же время при произвольном значении Q_{ij}^- (емкостный характер нагрузки) и отсутствии ограничения $0 \leq V \leq V_{\max}$ на управляемый параметр модуль напряжения приемного узла, а следовательно и P_{ij}^- , могут быть увеличены до неприемлемых в практических приложениях значений.

Влияние активного сопротивления на результирующие параметры (в относительных единицах) режима максимальной переданной мощности для заданного неизменного реактивного сопротивления X представлено на рис.7. Расчеты выполнены в среде *MATLAB* методом нелинейного программирования с помощью процедуры *fmincon*. В качестве базисных величин приняты: для мощности – мощность КЗ $Q_{\text{кз}} = E^2/X$; для напряжения – напряжение E узла питания. С целью исключения отрицательной полуплоскости для отображения $Q_{ij}^- (Q\text{-end})$ на рис. 7 отображена функция $-Q_{ij}^-(R)$. Нетрудно видеть, что с увеличением R угол δ (*angle* на рис. 7), начиная от $\pi/2$ при $R = 0$ снижается практически линейно. Отсюда критерий предельного режима $\delta = \pi/2$ для реальных ЛЭП ($R \neq 0$) неприемлем. При относительно небольших R ($R < 0,35$ в рассматриваемом примере) и возможности поступления реактивной мощности на приёмном конце линии ($Q_{ij}^- < 0$) напряжение в узле нагрузки равно максимально допустимому ($V = V_{\max}$). Практически на всем рассматриваемом диапазоне активная мощность (P_{from} на рис. 7) на передающем конце $P_{ij}^+ > Q_{\text{кз}}$ и реактивная мощность на приёмном конце линии $|Q_{ij}^-| > Q_{\text{кз}}$. Отсюда доминирующим здесь является максимально допустимый (по критерию термической стойкости) ток. Область, где происходят качественные функциональные изменения параметров режима ЛЭП (снижение напряжения V , увеличение скорости снижения P_{ij}^+ , $|Q_{ij}^-|$), характеризуется условием $P_{ij\max}^- = \Delta P$. Данное условие может служить индикатором достижения $P_{ij\max}^-$.

Максимальная активная мощность при $\text{tg}\phi = \text{const}$, $R = 0$. При данном условии активная мощность $P_{ij\max}^-$ однозначно определяется реактивной мощностью Q_{ij}^- :

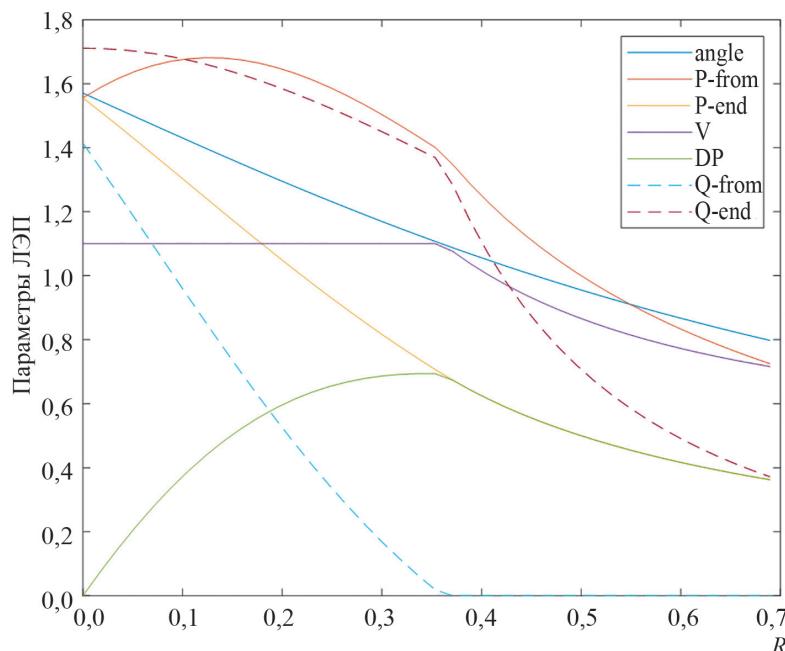


Рис. 7. Режим максимальной переданной мощности при изменении R

Fig. 7. Mode of maximum transmitted power when changing R

$$P_{ij \max}^- = \max(Q_{ij}^-) \operatorname{ctg} \phi.$$

Экстремум функции $Q_{ij}^-(V)$ по напряжению соответствует условию максимальной передаваемой реактивной, а следовательно, и активной мощности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial V} Q_{ij}^- &= \frac{\partial}{\partial V} (EV(B \cos \delta - G \sin \delta) - BV^2) = \\ &= E(B \cos \delta - G \sin \delta) - 2BV = \left(\frac{E}{Z} \sin(\theta - \delta) - 2BV \right) = 0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$V = \frac{E}{2} \frac{\sin(\theta - \delta)}{\sin \theta}.$$

Согласно данному условию

$$\begin{aligned} Q_{ij}^- &= \frac{EV}{Z} (\sin(\theta - \delta)) - BV^2 = \\ &= \frac{E^2}{2Z} \frac{\sin^2(\theta - \delta)}{\sin \theta} - B \left(\frac{E}{2} \frac{\sin(\theta - \delta)}{\sin \theta} \right)^2 = \frac{E^2}{4Z} \frac{\sin^2(\theta - \delta)}{\sin \theta}. \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что $\max Q_{ij}^-(\delta)$ выполняется при $\sin(\theta - \delta) = 1$. При этом

$$P_{ij \max}^- = \frac{S_{\kappa_3}}{4} \frac{\operatorname{ctg} \phi}{\sin \theta}; \quad Q_{ij}^-(P_{ij \max}^-) = \frac{S_{\kappa_3}}{4 \sin \theta}.$$

На рис. 8 представлено семейство кривых $V(P_{ij}^-)$ при разных $\operatorname{tg} \phi$. Нетрудно видеть, что максимум P_{ij}^- смещается по мере изменения $\operatorname{tg} \phi$. При этом $P_{ij \max}^-$ может наблюдаться при относительно высоких напряже-

ниях. Отсюда критерий минимально допустимого напряжения оказывается недостаточным.

Ограничение $V = V_{\text{доп}}$. Оценка в задачах балансовой надежности ЭЭС управляющих воздействий при недопустимых напряжениях узлов вызывает необходимость анализа режимных параметров при учете ограничения $V = V_{\text{доп}}$, которое сводит задачу определения максимальных потоков мощности к максимизации функции одной переменной:

$$\max_{\delta} P_{ij}^-(\delta) = EV_{\text{доп}} [B \sin \delta + G \cos \delta] - GV_{\text{доп}}^2.$$

Поскольку $\operatorname{tg} \theta = B/G = X/R$, то экстремум функции $P_{ij}^-(\delta)$ соответствует условию

$$\frac{\partial}{\partial \delta} P_{ij}^-(\delta) = EV_{\text{доп}} (B \cos \delta - G \sin \delta) = \frac{EV_{\text{доп}}}{Z} \sin(\theta - \delta) = 0,$$

при этом $\delta = \theta$.

Таким образом, в предельном режиме при заданном напряжении и $R \neq 0$ угол δ между векторами напряжений не равен $\pi/2$: он определяется активным и реактивным сопротивлениями ЛЭП:

$$\begin{aligned} P_{ij \max}^- &= P_{ij}^- \Big|_{\delta=\theta} = \frac{EV_{\text{доп}}}{Z} - GV_{\text{доп}}^2; \\ P_{ij}^+ &= GE^2 - \frac{EV_{\text{доп}}}{Z} \cos(2\theta); \\ Q_{ij}^- &= -BV_{\text{доп}}^2; \quad Q_{ij}^+ = BE^2 - \frac{EV_{\text{доп}}}{Z} \sin(2\theta). \end{aligned} \quad (25)$$

Соотношения между мощностями по ЛЭП при произвольном напряжении V приемного узла определяются согласно (20)–(24). На рис. 9 представлена

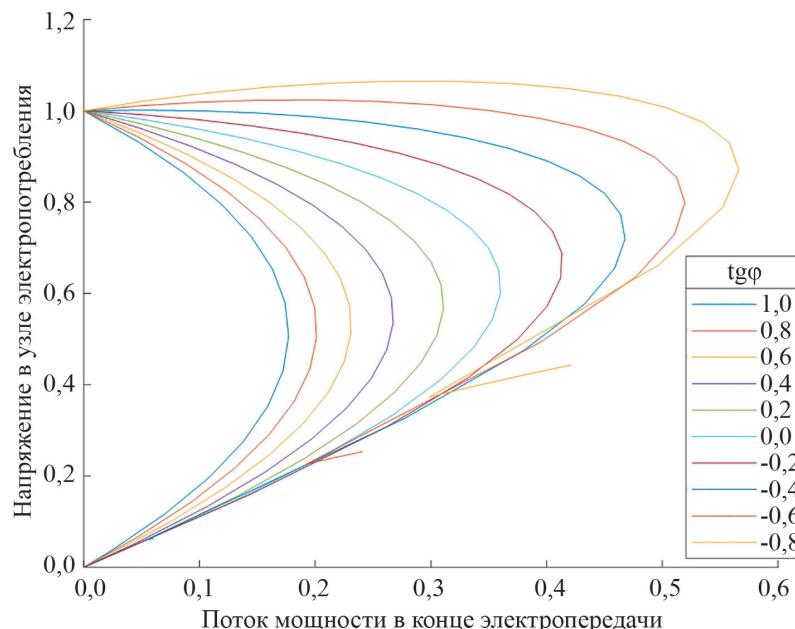


Рис. 8. Пределы передаваемой мощности в зависимости от $\operatorname{tg} \phi$

Fig. 8. Transmitted power limits depending on $\operatorname{tg} \phi$

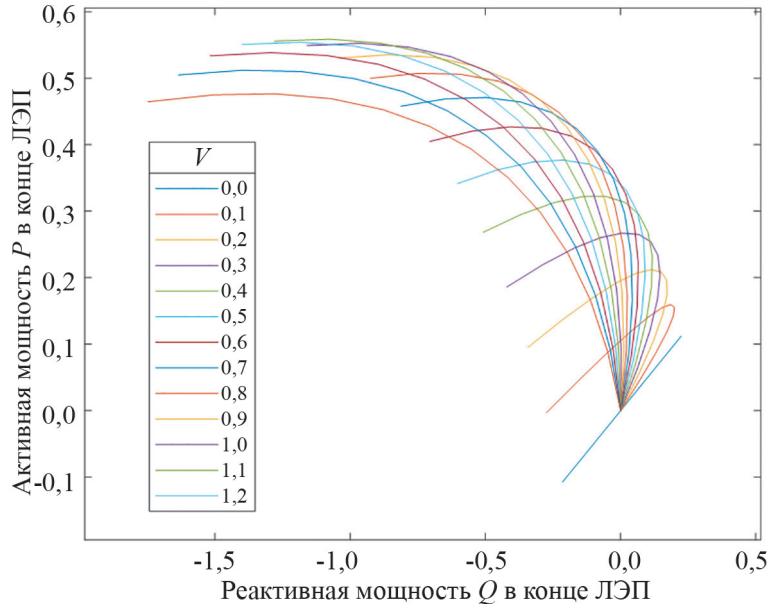


Рис. 9. Передаваемые по ЛЭП активная и реактивная мощности в зависимости от напряжения в конце ЛЭП

Fig. 9. Active and reactive power transmitted over power lines depending on the voltage at the end of the power line

функциональная зависимость для предельного режима между активной и реактивной мощностями на приемном конце ЛЭП. Нетрудно видеть, что для обеспечения требуемого напряжения в конце ЛЭП необходимо обеспечить требуемое соотношение между активной и реактивной мощностями на приемном конце ЛЭП. При этом по мере увеличения реактивной мощности Q_{ij}^- резко снижается максимально возможная активная мощность $P_{ij\max}^-$.

Равенство напряжений в узлах: $V = E$. Как было отмечено выше, допущение $V \approx E$ часто используется в задачах оценки БН. Данное допущение является частным случаем режима ЛЭП при произвольном V . Здесь справедлив критерий максимума передаваемой активной мощности $\delta = \theta$. При этом аналитическое представление мощностей по ЛЭП совпадает с (25) при замене V на E .

Максимальная активная мощность при $Q_{ij}^- \neq 0 = \text{const}$. Напряжение V на приемном конце должно удовлетворять уравнениям (20) и (21):

$$P_{ij}^- = GV(E \cos \delta - V) + BEV \sin \delta;$$

$$Q_{ij}^- = BV(E \cos \delta - V) - GVE \sin \delta.$$

Взвешенная разность этих двух уравнений позволяет получить функциональную взаимосвязь $P_{ij}^-(Q_{ij}^-)$:

$$BP_{ij}^- - GQ_{ij}^- = Y^2 EV \sin \delta,$$

или

$$P_{ij}^- = \frac{G}{B} Q_{ij}^- + \frac{Y^2}{B} EV \sin \delta, \quad (26)$$

что равнозначно математическому представлению по-перечной составляющей \dot{E} :

$$\frac{P_{ij}^- X - Q_{ij}^- R}{V} = E \sin \delta. \quad (27)$$

При $R = 0$ или $Q_{ij}^- = 0$ получаем известное выражение $P_{ij}^- = (E_v/X) \sin \delta$.

В силу более значимой функциональной связи $P_{ij}^-(\delta)$ значение $P_{ij\max}^-$ соответствует $\delta = \pi/2$:

$$P_{ij\max}^- = \frac{R}{X} Q_{ij}^- + \frac{EV}{X}.$$

Может сложиться впечатление, что за счет дополнительной составляющей $Q_{ij}^- R/X$ величина $P_{ij\max}^-$ увеличивается по мере увеличения потребляемой реактивной мощности Q_{ij}^- . Однако это не так. Реально при увеличении $Q_{ij}^- > 0$ происходит снижение максимально возможного перетока активной мощности за счет более весомого снижения напряжения на приемном конце ЛЭП.

Выводы. Основным математическим методом при расчете показателей балансовой надежности ЭЭС является метод Монте-Карло, который заключается в многократном моделировании случайных состояний элементов ЭЭС. При этом большая часть моделируемых состояний реальных ЭЭС не связана с отклонением параметров режима за пределы допустимых величин и не требует детального анализа режимов ЭЭС. На первый план выдвигается задача приближенной оценки допустимости анализируемого состояния. Перетоки мощности по ЛЭП и напряжения в узлах сопоставляются с предельно допустимыми величинами. Априори

заданные предельные величины не всегда соответствуют допустимости режима. Необходим более глубокий расчет допустимых перетоков мощности, который зависит от баланса как активных, так и реактивных мощностей.

Модель постоянного тока описывает основные функциональные закономерности при определении предела пропускной способности ЛЭП переменного тока. В качестве предела передаваемой по ЛЭП мощности предложен дополнительный (к критериям термической стойкости и по минимальному напряжению) критерий: мощность на приемном конце ЛЭП не превышает четверти мощности КЗ на электроприемнике, $P_{ij}^- < P_{\text{кз}}^-/4$. При этом в предельном режиме потери мощности в ЛЭП равны полезной передаваемой мощности, а напряжение на шинах электроприемника равно половине напряжения источника питания, что может служить дополнительным критерием предельного режима.

Максимально возможная реактивная мощность, передаваемая по ЛЭП переменного тока, не должна превышать $Q_{ij}^- < Q_{\text{кз}}^-/4$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надежность электроэнергетических систем. Справочник / под ред. М.Н. Розанова, т. 2. М.: Энергоатомиздат, 2000, 568 с.
2. СТО 59012820.27.010.005-2018. Методические указания по проведению расчетов балансовой надежности. М.: АО “СО ЕЭС”, 2018.
3. Электротехнический справочник, т. 3. Производство, передача и распределение электрической энергии / под общ. ред. В.Г. Герасимова. М.: Изд-во МЭИ, 2004, 964 с.
4. Справочник по проектированию электрических сетей / под ред. Д.Л. Файбисовича. М.: ЭНАС, 2012, 376 с.
5. Дубицкий М.А., Руденко Ю.Н., Чельцов М.Б. Выбор и использование резервов генерирующей мощности в электроэнергетических системах. М: Энергоатомиздат, 1988, 272 с.
6. Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Области использования и пределы применимости критерия $N-1$ при формировании структуры и выборе параметров элементов ЭЭС. Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 1999, 68 с.
7. Воропай Н.И., Ковалев Г.Ф., Кучеров Ю.Н. Концепция обеспечения надежности в электроэнергетике. М: ООО ИД «Энергия», 2013, 212 с.
8. Billinton R., Li W. Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo. New York: Springer, 1994, 351 p.

9. Billinton R., Allan R.N. Reliability Evaluation of Power Systems. New York: Plenum Press, 1996. 534 p.

10. Wood A.J., Wollenberg B.F., Sheble G.B. Power Generation, Operation, and control. John Wiley & Sons, 2014, 632 p.

11. Weedy B.M. et al. Electric Power Systems. John Wiley & Sons, 2012, 514 p.

12. Аюев Б.И. и др. Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах. М.: Флинта; Наука, 2008, 256 с.

13. Герасименко А.А., Федин В.Т. Передача и распределение электрической энергии. Ростов н/Д.: Феникс, 2008, 715 с.

14. Кучеров Ю.Н. и др. Надежность и эффективность функционирования больших транснациональных ЭЭС. Новосибирск: Наука, 1996, 423 с.

15. Домышев А.В., Крупенев Д.С. Оценка режимной надежности электроэнергетических систем на основе метода Монте-Карло. – Электричество, 2015, № 2, с. 3–10.

16. Идельчик В.И. Электрические системы и сети. М.: Энергоатомиздат, 1989, 592 с.

17. Холмский В.Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей (специальные вопросы). М.: Высшая школа, 1975, 280 с.

18. Куро Ж. Современные технологии электроэнергии при ее передаче и распределению. – Новости электротехники, 2005, № 1 (31).

19. Обоскалов В.П., Валиев Р.Т. Риск превышения пропускной способности межсистемных связей в задаче балансовой надежности ЭЭС. – Известия РАН. Энергетика, 2018, № 5, с. 3–14.

20 Химмельбау Д.М. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975, 536 с.

Поступила в редакцию [15.05.2023]
Принята к публикации [25.05.2023]

Авторы:



Обоскалов Владислав Петрович – доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры автоматизированных электрических систем, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия.



Герасименко Алексей Алексеевич – доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры «Электроэнергетика», Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия.

Determination of the Limit Power Transmitted via a Power Line in Assessing the Electric Power System Balance Reliability

OBOSKALOV Vladislav P. (*Ural Federal University Named After the First President of Russia B.N.Yeltsin, Ekaterinburg, Russia*) – Professor of the Automated Electrical Systems Dept., Dr. Sci. (Eng.), Professor.
GERASIMENKO Aleksey A. (*Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia*) – Professor of the Electric Power Engineering Dept., Dr. Sci. (Eng.), Professor.

Within the framework of the problem of ensuring the electric power system (EPS) balance reliability with taking into account the balance of not only active, but also reactive power, the article considers the problem of assessing and selecting criteria for constructing the domain confining the permissible variation ranges of operating parameters. The specific features pertinent to calculations of EPS modes in assessing their reliability lies in the need to analyze the combinations of serviceable equipment given that the quantities being analyzed are probabilistic in nature. It is of relevance to select the dominant criteria for overloading the EPS elements, as this makes it possible to reduce the time taken to calculate the modes of EPS individual states. As a consequence, it becomes possible to increase the number of considered states and improve the quality of assessing the EPS balance reliability indicators. The power line is represented by a two-node equivalent circuit with a power consumption node and a power supply node with a constant voltage modulus. It is proposed to consider the ratio of the maximum transmitted power to the short-circuit power at the power line receiving end as an estimated parameter of the limit power transmitted via the line. This indicator allows different link overloading criteria to be harmonized at a qualitative level. It is shown that in the general case, there is no dominant constraint in assessing the transmission capacity of AC power lines. It is proposed to take the quarter of the short-circuit power at the power line end as an initial estimate for the permissible power flow limit. In assessing the EPS balance reliability, it is recommended to take into account the power line efficient operation domain.

К e y w o r d s: electric power system, balance reliability, short-circuit power, limit mode, transmission capacity

REFERENCES

1. *Nadezhnost' elektroenergeticheskikh sistem. Spravochnik* (Reliability of Electric Power Systems. Guide) / Ed. by M.N. Rozanov, vol. 2. M.: Energoatomizdat, 2000, 568 p.
2. **STO 59012820.27.010.005-2018.** *Metodicheskie ukazaniya po provedeniyu raschetov balansovoy nadezhnosti* (Methodological Guidelines for Carrying out Calculations of Balance Reliability). M.: AO "SO EES", 2018.
3. *Elektrotehnicheskiy spravochnik, t. 3* (Electrotechnical Handbook, vol. 3) / Ed by. V.G. Gerasimov. M.: Izd-vo MEI, 2004, 964 p.
4. *Spravochnik po proektirovaniyu elektricheskikh setey* (Handbook on the Design of Electrical Networks) /Ed by D.L. Faibisovich. M.: ENAS, 2012, 376 p.
5. *Dubitskiy M.A., Rudenko YU.N., Chel'tsov M.B. Vybor i ispol'zovanie rezervov generiruyushchey moshchnosti v elektroenergeticheskikh sistemah* (Selection and Use of Generating Capacity Reserves in Electric Power Systems). M: Energoatomizdat, 1988, 272 p.
6. *Kovalev G.F., Lebedeva L.M. Oblasti ispol'zovaniya i predely primenimosti kriteriya N-1 pri formirovani strukturny i vbyore parametrov elementov EES* (Areas of Use and Applicability Limits of the N-1 Criterion in the Formation of the Structure and selection of the EPS Elements Parameters). Irkutsk: ISEM SO RAN, 1999, 68 p.
7. *Voropay N.I., Kovalev G.F., Kucherov Yu.N. Kontseptsiya obespecheniya nadezhnosti v elektroenergetike* (The Concept of Ensuring Reliability in the Electric Power Industry.). M: OOO ID «Energiya», 2013, 212 p.
8. *Billinton R., Li W. Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo*. New York: Springer, 1994, 351 p.
9. *Billinton R., Allan R.N. Reliability Evaluation of Power Systems*. New York: Plenum Press, 1996. 534 p.
10. **Wood A.J., Wollenberg B.F., Sheble G.B.** *Power Generation, Operation, and Control*. John Wiley & Sons, 2014, 632 p.
11. **Weedy B.M. et al.** *Electric Power Systems*. John Wiley & Sons, 2012, 514 p.
12. **Ayuev B.I. et al.** *Vychislitel'nye modeli potokoraspredeleniya v elektricheskikh sistemakh* (Computational Models of Flow Distribution in Electrical Systems). M.: Flinta; Nauka, 2008, 256 p.
13. **Gerasimenko A.A., Fedin V.T.** *Perekhoda i raspredelenie elektricheskoy energii* (Transmission and Distribution of Electrical Energy). Rostov n/D.: Feniks, 2008, 715 p.
14. **Kucherov Yu.N. et al.** *Nadezhnost' i effektivnost' funktsionirovaniya bol'shih transnatsional'nyh EES* (Reliability and Efficiency of Functioning of Large Transnational EPS). Novosibirsk: Nauka, 1996, 423 p.
15. Domyshev A.V., Krupenev D.S. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 2, pp. 3–10.
16. **Idel'chik V.I.** *Elektricheskie sistemy i seti* (Electrical Systems and Networks). M.: Energoatomizdat, 1989, 592 p.
17. **Holmskiy V.G.** *Raschet i optimizatsiya rezhimov elektricheskikh setey (spetsial'nye voprosy)* (Calculation and Optimization of Electrical Network Modes (Special Issues)). M.: Vysshaya shkola, 1975, 280 p.
18. **Kuro Zh.** *Novosti elektrotehniki – in Russ. (Electrical Engineering News)*, 2005, No. 1 (31).
19. **Oboskalov V.P., Valiev R.T.** *Izvestiya RAN. Energetika – in Russ. (News of the RAS. Power Engineering)*, 2018, No. 5, pp. 3–14.
20. **Himmelblau D.M.** *Prikladnoe nelineynoe programmirovaniye* (Applied Nonlinear Programming). M.: Mir, 1975, 536 p.

Received [15.05.2023]

Accepted [25.05.2023]