

Структурные схемы электроупругого актюатора наномехатронных систем

АФОНИН С.М.

Определены структурные схемы электроупругого актюатора наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с учетом противоЭДС из-за прямого пьезоэффекта. Получены структурно-параметрические модели электроупругих актюаторов наномехатронных систем при поперечном, продольном, сдвиговом и обобщенном пьезоэффектах, управлении по напряжению или току. Структурно-параметрическая модель и структурные схемы с обратными связями для электроупругих актюаторов наномехатронных систем отображают преобразование электрической энергии в механическую. В зависимости от вида управления электроупругого актюатора по напряжению или току определены его структурно-параметрическая модель и структурная схема. Найдены максимальные усилия и механические напряжения, которые развивает пьезоактюатор наномехатронных систем при поперечном, продольном, сдвиговом, обобщенном пьезоэффектах. Определены упругие податливости и жесткости, а также передаточные функции пьезоактюатора в зависимости от вида управления в наномехатронной системе – по напряжению или току.

К л ю ч е в ы е с л о в а: электроупругий актюатор, пьезоактюатор, наномехатроника, деформация, структурная схема, противоЭДС, упругая податливость

В наномехатронных системах позиционирования и юстировки в нанотехнологии, энергетике, нанобиологии и адаптивной оптике применяется электроупругий актюатор на основе пьезоэлектрического или электрострикционного эффектов. Пьезоактюатор – пьезомеханическое устройство, предназначенное для приведения в действие механизмов, систем или управления ими с использованием пьезоэффекта. Пьезоактюатор работает на основе обратного пьезоэффекта, в котором эффект перемещения достигается за счет деформации пьезоактюатора в диапазоне от единиц нанометров до десятков микрометров [1–14].

Структурные схемы и структурно-параметрические модели электроупругого актюатора отражают в динамике и статике физические процессы и особенности преобразования электрической энергии в механическую. Входными переменными для структурно-параметрических моделей электроупругого актюатора являются изображения Лапласа управляющего напряжения или тока, сил, действующих на торцах актюатора, выходными переменными – изображения Лапласа перемещений его торцов.

Структурно-параметрическая модель электроупругого актюатора представляет собой систему уравнений преобразований Лапласа для перемещений торцов актюатора. С учетом параметров электроупругого актюатора, изображений Лапласа управляющего напряжения или тока, сил и перемещений на его торцах эта модель описывает структуру и пре-

образование актюатором электрической энергии в механическую.

С использованием методов математической физики находится решение волнового уравнения и строится структурная схема электроупругого актюатора наномехатронных систем. Задача нахождения решения для волнового уравнения с частными производными гиперболического типа с помощью преобразования Лапласа сводится к задаче решения обычного линейного дифференциального уравнения. Структурная схема электроупругого актюатора наглядно отображает преобразование электрической энергии в механическую в отличие от электрической эквивалентной схемы пьезопреобразователя или пьезовибратора [4, 5]. В работе определяется изменение упругой податливости в зависимости от вида управления по напряжению или току, учитывается влияние прямого пьезоэффекта на действующее напряжение на обкладках электроупругого актюатора.

Структурные схемы электроупругого актюатора наномехатронных систем отображают взаимную зависимость электромеханических параметров актюатора и преобразование актюатором электрической энергии в механическую при перемещении его нагрузки.

Рассмотрим деформацию электроупругого актюатора. Уравнения электроупругости актюатора наномехатронных систем в общем виде для обратного и прямого пьезоэффектов [5–7] имеют вид:

$$S_i = d_{mi} E_m + s_{ij}^E T_j; \quad (1)$$

$$D_m = d_{mi} T_i + \varepsilon_{mk}^E E_k, \quad (2)$$

где $i, j=1, 2, \dots, 6$; $m, k=1, 2, 3$ – индексы; S_i – относительное смещение сечения актюатора по оси i ; d_{mi} – пьезомодуль при обобщенном пьезоэффекте; $E_m(t) = u(t) / \delta$ – напряженность электрического поля по оси m ; $u(t)$ – напряжение на обкладках актюатора; s_{ij}^E – упругая податливость при $E = \text{const}$; T_j – механическое напряжение по оси j ; $D_m(t)$ – электрическая индукция по оси m ; ε_{mk}^T – диэлектрическая проницаемость при $T = \text{const}$.

Установившееся перемещение ξ_0 электроупругого актюатора наномехатронной системы из (1) получаем в виде

$$\xi_0 = d_{mi} (l / \delta) u_0, \quad (3)$$

где u_0 – амплитуда напряжения на обкладках актюатора; $l = (\delta, h, b)$ – обобщенная рабочая длина электроупругого актюатора по оси i , которая равна толщине δ , высоте h или ширине b актюатора для продольного, поперечного или сдвигового пьезоэффектов.

Для определения структурно-параметрической модели пьезоактюатора наномехатронных систем с управлением по напряжению решаем совместно волновое уравнение, уравнение обратного пьезоэффекта и уравнения сил на двух его торцах:

$$TS_0 = F + M \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2}, \quad (4)$$

где F – внешняя сила, приложенная к торцам актюатора 1, 2; M – перемещаемая масса на торцах 1, 2.

При расчете электроупругого актюатора наномехатронных систем используется волновое уравнение, описывающее распространение волны в длинной линии с затуханием без искажений [5–7, 11, 12]. С применением преобразования Лапласа задача для волнового уравнения с частными производными гиперболического типа сводится к более простой задаче для линейного обыкновенного дифференциального уравнения с параметром p , оператором Лапласа [9–12]. Следовательно, получаем обычное линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 \Xi(x, p)}{dx^2} - \gamma^2 \Xi(x, p) = 0. \quad (5)$$

Его решение при нулевых начальных условиях имеет вид

$$\Xi(x, p) = \{\Xi_1(p) \text{sh}[(l-x)\gamma] + \Xi_2(p) \text{sh}(x\gamma)\} / \text{sh}(h\gamma), \quad (6)$$

где $\Xi(x, p)$ – преобразование Лапласа смещения сечения электроупругого актюатора, причем для торцов 1, 2 записываем:

$$\Xi(0, p) = \Xi_1(p) \text{ при } x=0;$$

$$\Xi(l, p) = \Xi_2(p) \text{ при } x=l;$$

$\gamma = p / c^E + \alpha$ – коэффициент распространения; c^E – скорость звука в актюаторе при $E = \text{const}$; α – коэффициент затухания, учитывающий затухание колебаний вследствие рассеивания энергии при распространении волны на тепловые потери.

Из уравнения (4) для сил, действующих на торцах электроупругого актюатора, получаем:

$$T_j(0, p) S_0 = F_1(p) + M_1 p^2 \Xi_1(p) \text{ при } x=0; \quad (7)$$

$$T_j(l, p) S_0 = -F_2(p) - M_2 p^2 \Xi_1(p) \text{ при } x=l.$$

Из (1) получим систему уравнений для механических напряжений на торцах электроупругого актюатора при $x=0$ и $x=l$:

$$T_j(0, p) = \frac{1}{s_{ij}^E} \frac{d\Xi(x, p)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{d_{mi}}{s_{ij}^E} E_m(p); \quad (8)$$

$$T_j(l, p) = \frac{1}{s_{ij}^E} \frac{d\Xi(x, p)}{dx} \Big|_{x=l} - \frac{d_{mi}}{s_{ij}^E} E_m(p).$$

Из (8) получаем систему уравнений для структурно-параметрической модели электроупругого актюатора наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с управлением по напряжению и для структурной схемы (рис. 1) актюатора:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1 / (M_1 p^2)] \{-F_1(p) + (1 / \chi_{ij}^E) [d_{mi} E_m(p) - \\ & - [\gamma / \text{sh}(h\gamma)] [\text{ch}(h\gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\}; \\ \Xi_2(p) &= [1 / (M_2 p^2)] \{-F_2(p) + (1 / \chi_{ij}^E) [d_{mi} E_m(p) - \\ & - [\gamma / \text{sh}(h\gamma)] [\text{ch}(h\gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\chi_{ij}^E = s_{ij}^E / S_0$.

Откуда определяем преобразованную систему уравнений для структурно-параметрической модели электроупругого актюатора при обобщенном пьезоэффекте с управлением по напряжению и для преобразованной структурной схемы (рис. 2) актюатора:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1 / (M_1 p^2)] \{-F_1(p) + (1 / \chi_{ij}^E) [d_{mi} E_m(p) - \\ & - \gamma \Xi_1(p) / \text{th}(h\gamma) + \gamma \Xi_2(p) / \text{sh}(h\gamma)]\}; \\ \Xi_2(p) &= [1 / (M_2 p^2)] \{-F_2(p) + (1 / \chi_{ij}^E) [d_{mi} E_m(p) - \\ & - \gamma \Xi_2(p) / \text{th}(h\gamma) + \gamma \Xi_1(p) / \text{sh}(h\gamma)]\}. \end{aligned} \quad (10)$$

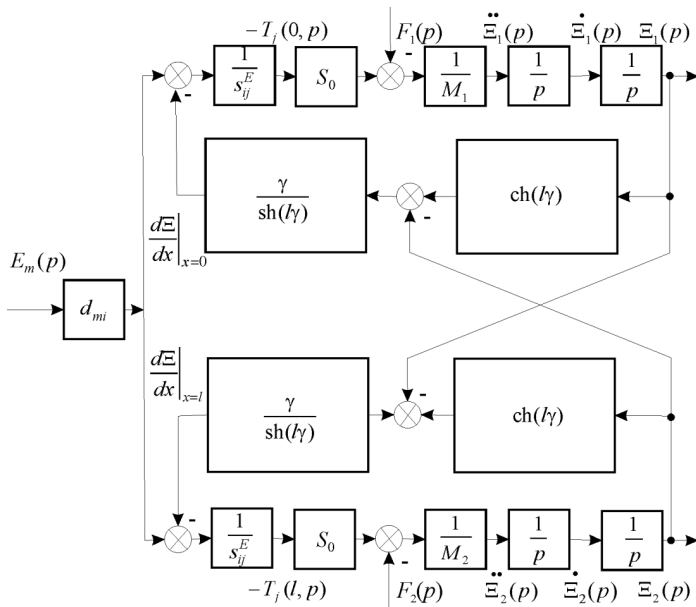


Рис. 1. Структурная схема электроупругого актюатора с управлением по напряжению при нулевом сопротивлении источника и нагрузки

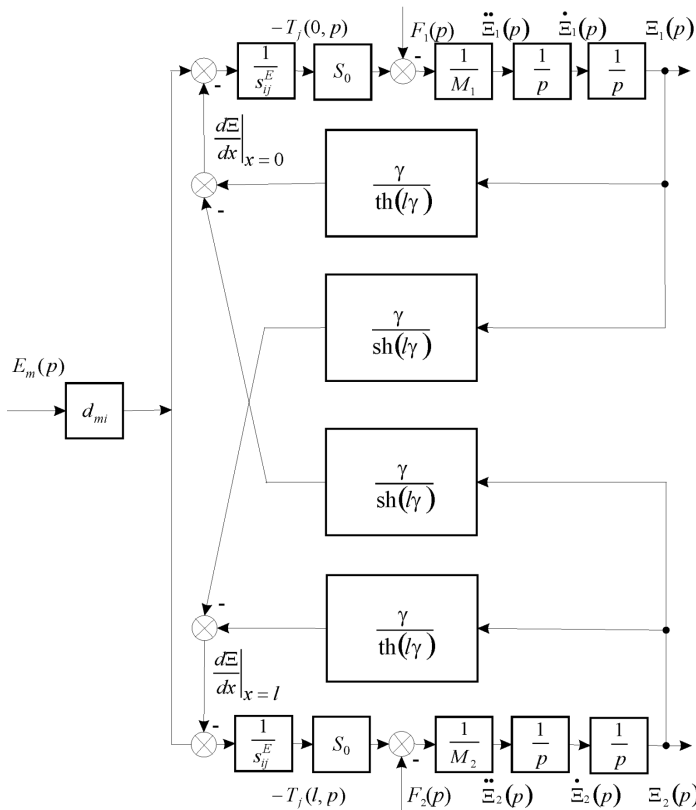


Рис. 2. Преобразованная структурная схема электроупругого актюатора с управлением по напряжению при нулевом сопротивлении источника и нагрузки

После преобразования системы (9) получаем структурно-параметрическую модель электроупругого актюатора наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с управлением по напряжению:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1 / (M_1 p^2)] \{-F_1(p) + C_{ij}^E [d_{mi} E_m(p) - \\ &- [\gamma / \text{sh}(h\gamma)] [\text{ch}(h\gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)]]\}; \\ \Xi_2(p) &= [1 / (M_2 p^2)] \{-F_2(p) + C_{ij}^E [d_{mi} E_m(p) - \\ &- [\gamma / \text{sh}(h\gamma)] [\text{ch}(h\gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)]]\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $C_{ij}^E = S_0 / (s_{ij}^E l) = 1 / (\chi_{ij}^E l)$ – жесткость актюатора с управлением по напряжению.

Из системы (9) находим передаточные функции электроупругого актюатора. Преобразование (9) для перемещений двух торцов электроупругого актюатора с управлением по напряжению дает систему:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= W_{11}(p) E_m(p) + W_{12}(p) F_1(p) + \\ &+ W_{13}(p) F_2(p); \\ \Xi_2(p) &= W_{21}(p) E_m(p) + W_{22}(p) F_1(p) + \\ &+ W_{23}(p) F_2(p), \end{aligned} \quad (12)$$

матричное уравнение вида

$$\begin{pmatrix} \Xi_1(p) \\ \Xi_2(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_m(p) \\ F_1(p) \\ F_2(p) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где передаточные функции

$$W_{11}(p) = \Xi_1(p) / E_m(p) = d_{mi} [M_2 \chi_{ij}^E p^2 + \gamma \text{th}(h\gamma/2)] / A_{ij};$$

$$\chi_{ij}^E = s_{ij}^E / S_0;$$

$$A_{ij} = M_1 M_2 (\chi_{ij}^E)^2 p^4 + \{(M_1 + M_2) \chi_{ij}^E / [c^E \text{th}(h\gamma)]\} p^3 + \{(M_1 + M_2) \chi_{ij}^E \alpha / \text{th}(h\gamma) + 1 / (c^E)^2\} p^2 + 2\alpha p / c^E + \alpha^2;$$

$$W_{21}(p) = \Xi_2(p) / E_m(p) = d_{mi} [M_1 \chi_{ij}^E p^2 + \gamma \text{th}(h\gamma/2)] / A_{ij};$$

$$W_{12}(p) = \Xi_1(p) / F_1(p) = -\chi_{ij}^E [M_2 \chi_{ij}^E p^2 + \gamma \text{th}(h\gamma)] / A_{ij};$$

$$W_{13}(p) = \Xi_1(p) / F_2(p) = W_{22}(p) = \Xi_2(p) / F_1(p) = [\chi_{ij}^E \gamma / \text{sh}(h\gamma)] / A_{ij};$$

$$W_{23}(p) = \Xi_2(p) / F_2(p) = -\chi_{ij}^E [M_1 \chi_{ij}^E p^2 + \gamma / \text{th}(h\gamma)] / A_{ij}.$$

Определим влияние противоЭДС за счет прямого пьезоэффекта на характеристики актюатора при

его статической деформации. Выражения для максимального усилия F_{\max} и механического напряжения $T_{j\max}$ пьезоактюатора при питании от источника напряжения имеют вид:

$$F_{\max} = \frac{U}{\delta} d_{mi} \frac{S_0}{s_{ij}^E}; \quad \frac{F_{\max}}{S_0} s_{ij}^E = E_m d_{mi};$$

$$T_{j\max} s_{ij}^E = E_m d_{mi},$$

откуда

$$T_{j\max} = E_m d_{mi} / s_{ij}^E; \quad F_{\max} = E_m d_{mi} S_0 / s_{ij}^E. \quad (14)$$

Найдем максимальное усилие F_{\max} и максимальное механическое напряжение $T_{j\max}$ пьезоактюатора при питании от источника тока и положительной обратной связи по усилию из-за прямого пьезоэффекта:

$$F_{\max} = \frac{U}{\delta} d_{mi} \frac{S_0}{s_{ij}^E} + \frac{F_{\max}}{S_0} d_{mi} S_p \frac{1}{\varepsilon_{mk}^T S_p / \delta} \frac{1}{\delta} d_{mi} \frac{S_0}{s_{ij}^E}; \quad (15)$$

$$\frac{F_{\max}}{S_0} s_{ij}^E \left(1 - \frac{d_{mi}^2}{\varepsilon_{mk}^T s_{ij}^E} \right) = E_m d_{mi};$$

$$T_{j\max} (1 - k_{mi}^2) s_{ij}^E = E_m d_{mi};$$

$$k_{mi} = d_{mi} / \sqrt{s_{ij}^E \varepsilon_{mk}^T}, \quad (16)$$

где k_{mi} – коэффициент электромеханической связи.

Следовательно,

$$T_{j\max} s_{ij}^D = E_m d_{mi}; \quad s_{ij}^D = (1 - k_{mi}^2) s_{ij}^E = k_s s_{ij}^E;$$

$$k_s = 1 - k_{mi}^2 = s_{ij}^D / s_{ij}^E; \quad k_s > 0, \quad (17)$$

где k_s – коэффициент изменения упругой податливости.

Из (16)

$$F_{\max} = E_m d_{mi} S_0 / (s_{ij}^E k_s) = E_m d_{mi} S_0 / s_{ij}^D;$$

$$T_{j\max} = E_m d_{mi} / s_{ij}^D. \quad (18)$$

При разомкнутых электродах жесткость пьезоактюатора возрастает по сравнению с ее значением при замкнутых электродах. Соответственно, увеличение сопротивления источника и нагрузки приводит к уменьшению упругой податливости и увеличению жесткости пьезоактюатора наномехатронных систем.

Упругая податливость s_{ij} пьезоактюатора $s_{ij}^E < s_{ij} < s_{ij}^D$, $s_{ij}^E / s_{ij}^D \leq 1,2$. Следовательно, получаем

$C_{ij}^E = S_0 / (s_{ij}^E l)$ – жесткость пьезоактюатора с управлением по напряжению; $C_{ij}^D = S_0 / (s_{ij}^D l)$ – жесткость пьезоактюатора с управлением по току, причем $C_{ij}^E < C_{ij} < C_{ij}^D$, где $C_{ij} = S_0 / (s_{ij} l)$ – жесткость пьезоактюатора [11, 12].

При управлении пьезоактюатора при обобщенном пьезоэффекте от источника питания с конечным сопротивлением источника и нагрузки с учетом положительной обратной связи по усилию из-за прямого пьезоэффекта получаем максимальное усилие пьезоактюатора:

$$F_{\max} = \frac{U}{\delta} d_{mi} \frac{S_0}{s_{ij}^E} + \frac{F_{\max}}{S_0} d_{mi} S_p \frac{1}{\varepsilon_{mk}^T S_p / \delta} k_u \frac{1}{\delta} d_{mi} \frac{S_0}{s_{ij}^E}, \quad (19)$$

откуда

$$\frac{F_{\max}}{S_0} s_{ij}^E \left(1 - \frac{d_{mi}^2 k_u}{\varepsilon_{mk}^T s_{ij}^E} \right) = E_m d_{mi};$$

$$k_{mi} = d_{mi} / \sqrt{s_{ij}^E \varepsilon_{mk}^T};$$

$$T_{j\max} (1 - k_{mi}^2 k_u) s_{ij}^E = E_m d_{mi}; \quad 0 \leq k_u \leq 1, \quad (20)$$

где k_u – коэффициент управления от электрического источника питания.

При управлении пьезоактюатора от источника тока $k_u|_{R \rightarrow \infty} = 1$, при управлении пьезоактюатора от источника напряжения $k_u|_{R \rightarrow 0} = 0$. Следовательно, выражение для упругой податливости пьезоактюатора имеет вид:

$$s_{ij} = (1 - k_{mi}^2 k_u) s_{ij}^E = k_s s_{ij}^E; \quad k_s = 1 - k_{mi}^2 k_u; \quad k_s > 0;$$

$$(1 - k_{mi}^2)|_{R \rightarrow \infty} \leq k_s \leq 1|_{R \rightarrow 0}; \quad k_s|_{R \rightarrow \infty} = 1 - k_{mi}^2;$$

$$k_s|_{R \rightarrow 0} = 1, \quad (21)$$

где k_s – коэффициент изменения упругой податливости.

При управлении пьезоактюатора с обобщенным пьезоэффектом от источника питания с конечным сопротивлением источника и нагрузки получаем выражения для положительных обратных связей по усилию в структурно-параметрической модели пьезоактюатора (рис. 3):

$$U_{F\alpha}(p) = \frac{k_u (l / \delta) d_{mi}}{C_0} F_{\alpha}(p), \quad \alpha = 1, 2, \quad (22)$$

причем при управлении по току от источника с бесконечно большим сопротивлением $k_u|_{R \rightarrow \infty} = 1$.

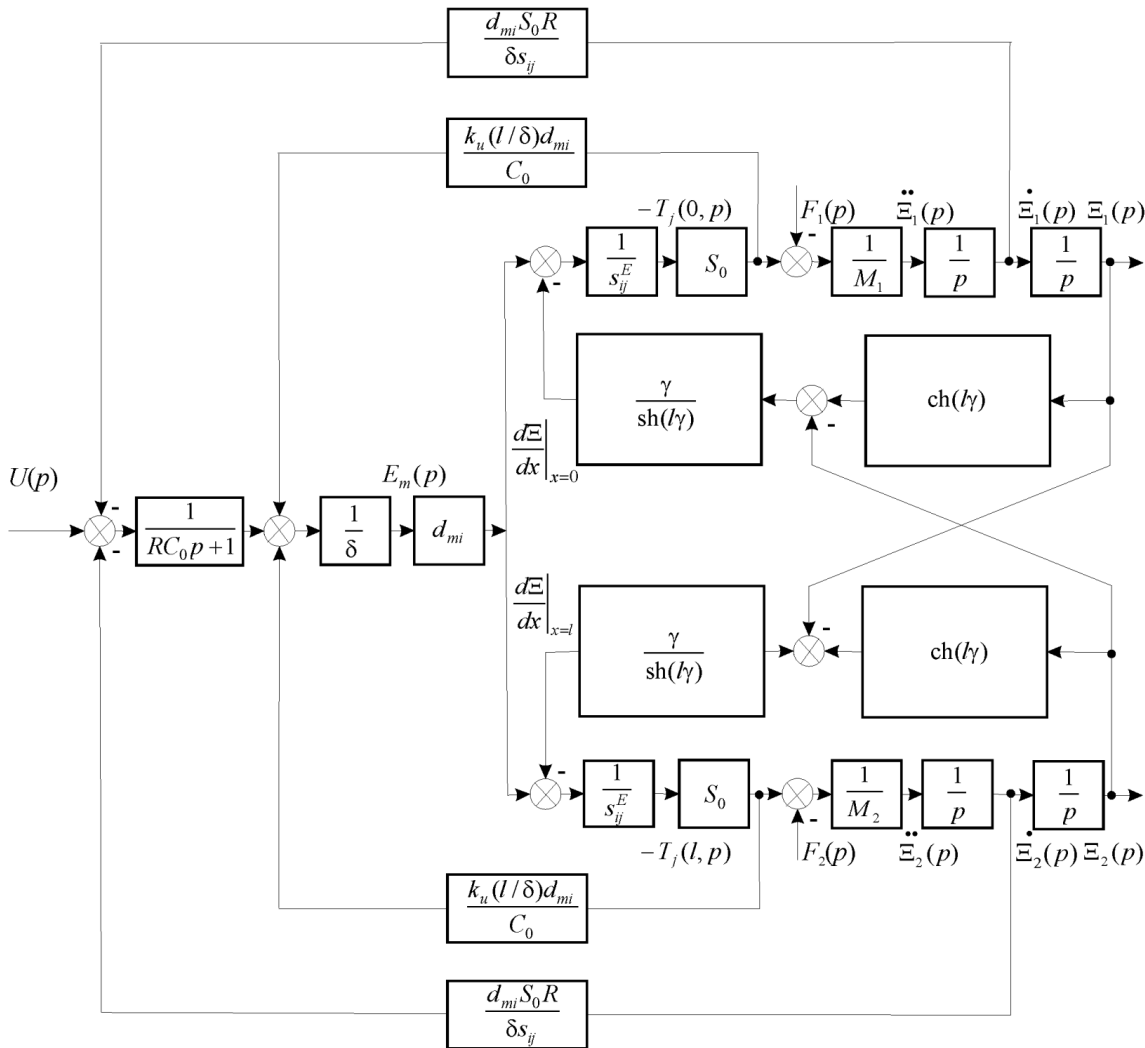


Рис. 3. Структурная схема электроупругого актюатора с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника и нагрузки

После преобразований получаем структурно-параметрическую модель электроупругого актюатора при управлении по току и передаточные функции актюатора. При управлении по току записываем системы уравнений для механических напряжений в электроупругом актюаторе при $x=0$ и $x=l$:

$$T_j(0, p) = \frac{1}{s_{ij}^D} \frac{d\Xi(x, p)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{g_{mi}}{s_{ij}^D} D_m(p); \tag{23}$$

$$T_j(l, p) = \frac{1}{s_{ij}^D} \frac{d\Xi(x, p)}{dx} \Big|_{x=l} - \frac{g_{mi}}{s_{ij}^D} D_m(p)$$

и для структурно-параметрической модели актюатора наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с управлением по току:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1/(M_1 p^2)] \{-F_1(p) + (1/\chi_{ij}^D)[g_{mi} D_m(p) - \\ &- [\gamma / \text{sh}(l\gamma)][\text{ch}(l\gamma)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]]\}; \\ \Xi_2(p) &= [1/(M_2 p^2)] \{-F_2(p) + (1/\chi_{ij}^D)[g_{mi} D_m(p) - \\ &- [\gamma / \text{sh}(l\gamma)][\text{ch}(l\gamma)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]]\}, \end{aligned} \tag{24}$$

причем $\chi_{ij}^D = s_{ij}^D / S_0$.

Откуда при обобщенном пьезоэффекте с управлением по току:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= W_{11}(p) D_m(p) + W_{12}(p) F_1(p) + \\ &+ W_{13}(p) F_2(p); \\ \Xi_2(p) &= W_{21}(p) D_m(p) + W_{22}(p) F_1(p) + \\ &+ W_{23}(p) F_2(p), \end{aligned} \tag{25}$$

матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} \Xi_1(p) \\ \Xi_2(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_m(p) \\ F_1(p) \\ F_2(p) \end{pmatrix}, \tag{26}$$

где передаточные функции:

$$\begin{aligned} W_{11}(p) &= \Xi_1(p) / D_m(p) = g_{mi} [M_2 \chi_{ij}^D p^2 + \\ &+ \gamma \text{th}(l\gamma/2)] / A_{ij}; \\ \chi_{ij}^D &= s_{ij}^D / S_0; \end{aligned}$$

$$A_{ij} = M_1 M_2 (\chi_{ij}^D)^2 p^4 + \{(M_1 + M_2) \chi_{ij}^D / [c^D \operatorname{th}(hy)]\} p^3 + \{(M_1 + M_2) \chi_{ij}^D \alpha / \operatorname{th}(hy) + 1 / (c^D)^2\} p^2 + 2\alpha p / c^D + \alpha^2;$$

$$W_{21}(p) = \Xi_2(p) / D_m(p) = g_{mi} [M_1 \chi_{ij}^D p^2 + \gamma \operatorname{th}(hy/2)] / A_{ij};$$

$$W_{12}(p) = \Xi_1(p) / F_1(p) = -\chi_{ij}^D [M_2 \chi_{ij}^D p^2 + \gamma / \operatorname{th}(hy)] / A_{ij};$$

$$W_{13}(p) = \Xi_1(p) / F_2(p) = W_{22}(p) = \Xi_2(p) / F_1(p) = [\chi_{ij}^D \gamma / \operatorname{sh}(hy)] / A_{ij};$$

$$W_{23}(p) = \Xi_2(p) / F_2(p) = -\chi_{ij}^D [M_1 \chi_{ij}^D p^2 + \gamma / \operatorname{th}(hy)] / A_{ij}.$$

С учетом параметра управления $\Psi = E, D$ и обобщенной рабочей длины электроупругого актюатора $l = (\delta, h, b)$ наномехатронных систем находим матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} \Xi_1(p) \\ \Xi_2(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_m(p) \\ F_1(p) \\ F_2(p) \end{pmatrix}, \quad (27)$$

передаточные функции:

$$W_{11}(p) = \Xi_1(p) / E_1(p) = d_{mi} [M_2 \chi_{ij}^\Psi p^2 + \gamma \operatorname{th}(hy/2)] / A_{ij};$$

$$A_{ij} = M_1 M_2 (\chi_{ij}^\Psi)^2 p^4 + \{(M_1 + M_2) \chi_{ij}^\Psi / [c^\Psi \operatorname{th}(hy)]\} p^3 + \{(M_1 + M_2) \chi_{ij}^\Psi \alpha / \operatorname{th}(hy) + 1 / (c^\Psi)^2\} p^2 + 2\alpha p / c^\Psi + \alpha^2;$$

$$W_{21}(p) = \Xi_2(p) / E_m(p) = d_{mi} [M_1 \chi_{ij}^\Psi p^2 + \gamma \operatorname{th}(hy/2)] / A_{ij};$$

$$W_{12}(p) = \Xi_1(p) / F_1(p) = -\chi_{ij}^\Psi [M_2 \chi_{ij}^\Psi p^2 + \gamma / \operatorname{th}(hy)] / A_{ij};$$

$$W_{13}(p) = \Xi_1(p) / F_2(p) = W_{22}(p) = \Xi_2(p) / F_1(p) = [\chi_{ij}^\Psi \gamma / \operatorname{sh}(hy)] / A_{ij};$$

$$W_{23}(p) = \Xi_2(p) / F_2(p) = -\chi_{ij}^\Psi [M_1 \chi_{ij}^\Psi p^2 + \gamma / \operatorname{th}(hy)] / A_{ij};$$

$$\chi_{ij}^\Psi = s_{ij}^\Psi / S_0; \quad v_{mi} = \begin{cases} d_{33}, d_{31}, d_{15} \\ g_{33}, g_{31}, g_{15} \end{cases}; \quad \Psi_m = \begin{cases} E_3, E_1 \\ D_3, D \end{cases};$$

$$s_{ij}^\Psi = \begin{cases} s_{33}^E, s_{11}^E, s_{55}^E \\ s_{33}^D, s_{11}^D, s_{55}^D \end{cases}; \quad c^\Psi = \begin{cases} c^E \\ c^D \end{cases}; \quad \gamma = \begin{cases} \gamma^E \\ \gamma^D \end{cases}.$$

Следовательно, система уравнений для структурно-параметрической модели и структурной схемы (рис. 3) электроупругого актюатора записывается в общем виде:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1 / (M_1 p^2)] \{-F_1(p) + (1 / \chi_{ij}^\Psi) [d_{mi} \Psi_m(p) - [\gamma / \operatorname{sh}(hy)] [\operatorname{ch}(hy) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)]]\}; \\ \Xi_2(p) &= [1 / (M_2 p^2)] \{-F_2(p) + (1 / \chi_{ij}^\Psi) [d_{mi} \Psi_m(p) - [\gamma / \operatorname{sh}(hy)] [\operatorname{ch}(hy) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)]]\}, \end{aligned} \quad (28)$$

где $\chi_{ij}^\Psi = s_{ij}^\Psi / S_0$.

Для учета влияния скорости электроупругого актюатора наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте за счет возникновения противо-ЭДС из-за прямого пьезоэффекта структурно-параметрическую модель и структурную схему (рис. 3) актюатора дополняем отрицательными обратными связями:

$$U_{\dot{\Xi}_\alpha}(p) = \frac{d_{mi} S_0 R}{\delta s_{ij}} \dot{\Xi}_\alpha(p), \quad \alpha = 1, 2. \quad (29)$$

Из (28) получаем для наномехатронных систем передаточные функции электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, в диапазоне частот $0 < \omega < 0,01 c^\Psi / l$ при $M_2 / m \gg 1$, инерционной нагрузке и при управлении по напряжению или току:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_m(p)} = \frac{d_{mi} l}{(T_{ij}^\Psi)^2 p^2 + 2T_{ij}^\Psi \xi_{ij}^\Psi p + 1}; \quad (30)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = \frac{1 / C_{ij}^\Psi}{(T_{ij}^\Psi)^2 p^2 + 2T_{ij}^\Psi \xi_{ij}^\Psi p + 1}; \quad (31)$$

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{mi} (l / \delta)}{(T_{ij}^\Psi)^2 p^2 + 2T_{ij}^\Psi \xi_{ij}^\Psi p + 1}; \quad (32)$$

$$T_{ij}^\Psi = \sqrt{M_2 s_{ij}^\Psi l / S_0} = \sqrt{M_2 / C_{ij}^\Psi}; \quad C_{ij}^\Psi = S_0 / (s_{ij}^\Psi l);$$

$$\xi_{ij}^\Psi = \alpha \delta \sqrt{m / M_2} / 3,$$

где $T_{ij}^\Psi = T_{ij}^E, T_{ij}^D$; $\xi_{ij}^\Psi = \xi_{ij}^E, \xi_{ij}^D$; $C_{ij}^\Psi = C_{ij}^E, C_{ij}^D$; $s_{ij}^\Psi = s_{ij}^E, s_{ij}^D$ – постоянная времени, коэффициент затухания, жесткость и упругая податливость актюатора в соответствии с $\Psi = E, D$ – параметром управления, где E – напряженность электрического поля; D – электрическая индукция.

Соответственно, при управлении электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, при обобщенном пьезоэффекте и питании от источника напряжения с конечным сопротивлением источ-

ника и нагрузки записываем для учета изменения упругой податливости и жесткости актюатора следующее выражение для положительной обратной связи (рис. 3) по усилию в виде

$$U_F(p) = \frac{k_u(l/\delta)d_{mi}}{C_0} F_2(p), \quad (33)$$

причем при управлении актюатора по току от источника тока с бесконечно большим сопротивлением $k_u|_{R \rightarrow \infty} = 1$, при управлении актюатора по напряжению от источника напряжения при нулевом сопротивлении источника и нагрузки $k_u|_{R \rightarrow 0} = 0$.

Для учета противоЭДС из-за прямого пьезоэффекта структурно-параметрическую модель и пара-

метрическую структурную схему электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, для наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте и питании от источника напряжения с конечным сопротивлением источника и нагрузки дополняем отрицательной обратной связью:

$$U_{\dot{\Xi}}(p) = \frac{d_{mi} S_0 R}{\delta s_{ij}} \dot{\Xi}_2(p). \quad (34)$$

Определим структурные схемы с распределенными и сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора наномехатронных систем (рис. 4), закрепленного одним торцом при упруго-инерционной нагрузке, с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источни-

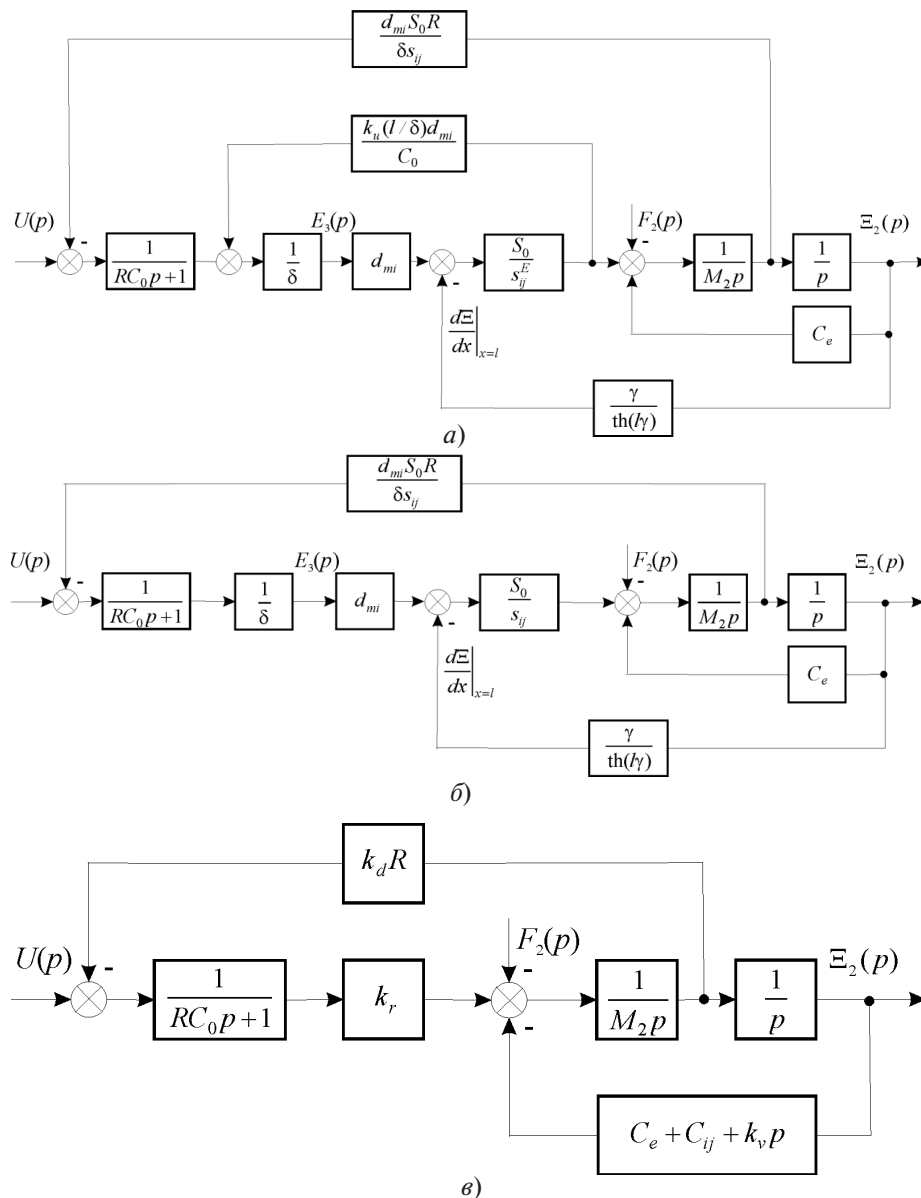


Рис. 4. Параметрическая структурная схема электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, при упруго-инерционной нагрузке, с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника и нагрузки: а – структурная схема с распределенными параметрами; б – преобразованная структурная схема с распределенными параметрами; в – преобразованная структурная схема с сосредоточенными параметрами

ка и нагрузки. По (12) для электроупругого актюатора с одним жестко закрепленным торцом при упруго-инерционной нагрузке при $M_1 \rightarrow \infty$ строим его структурную схему с распределенными параметрами (рис. 4,а) После структурных преобразований исходной схемы на рис. 4,а с положительной обратной связью по усилию получаем преобразованную структурную схему актюатора на рис. 4,б с упругой податливостью $s_{ij} = (1 - k_{mi}^2 k_u) s_{ij}^E$.

После замены гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда и использования в структурной схеме на рис. 4,б значений коэффициентов k_d (прямого электроупругого эффекта [8]) и k_r (обратного электроупругого эффекта) в виде

$$k_d = k_r = \frac{d_{mi} S_0}{\delta s_{ij}} \quad (35)$$

получаем структурную схему (рис. 4,в) с сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора с одним жестко закрепленным торцом при упруго-инерционной нагрузке и $M_1 \rightarrow \infty, M_2/m \gg 1$.

Для наномехатронных систем имеем структурную схему (рис. 5,а) с сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, при упруго-инерционной нагрузке и $M_1 \rightarrow \infty, M_2/m \gg 1$. Передаточную функцию [14] для электроупругого актюатора с учетом противоЭДС и упруго-инерционной нагрузки получаем в виде

$$W(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{k_r}{RC_0 M_2 p^3 + (M_2 + RC_0 k_v) p^2 + (k_v + RC_0 C_{ij} + RC_0 C_e + Rk_r k_d) p + C_{ij} + C_e} \rightarrow$$

где $C_{ij} = S_0 / (s_{ij} l)$ – жесткость актюатора, причем $C_{ij}^E < C_{ij} < C_{ij}^D$; k_v – коэффициент демпфирования электроупругого актюатора; R – сопротивление источника и нагрузки.

Из (36) в статическом режиме работы электроупругого актюатора при упруго-инерционной нагрузке (рис. 5,а) определяем статическое перемещение торца актюатора:

$$\xi_0 = \frac{d_{mi} (l / \delta) u_0}{1 + C_e / C_{ij}} \quad (37)$$

Из (35) при $Rk_r k_d \ll k_v$ получаем передаточную функцию электроупругого актюатора:

$$W(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{k_r}{(RC_0 p + 1)(M_2 p^2 + k_v p + C_{ij} + C_e)} \quad (38)$$

Следовательно, выражение для передаточной функции электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, при упруго-инерционной нагрузке и $M_1 \rightarrow \infty, M_2/m \gg 1$, со структурной схемой на рис. 5,б при $R=0$ имеет вид:

$$W(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{k_r / (C_{ij}^E + C_e)}{((M_2 / (C_{ij}^E + C_e)) p^2 + (k_v / (C_{ij}^E + C_e)) p + 1)} \quad (39)$$

Из (39) получаем передаточную функцию электроупругого актюатора:

$$W(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{mi} (l / \delta)}{(1 + C_e / C_{ij}^E)(T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1)}; \quad (40)$$

$$T_t = \sqrt{M_2 / (C_{ij}^E + C_e)};$$

$$\xi_t = k_v / 2(C_{ij}^E + C_e) \sqrt{M_2 / (C_{ij}^E + C_e)};$$

$$C_{ij}^E = S_0 / (s_{ij}^E l) = 1 / (\chi_{ij}^E l).$$

Соответственно, передаточная функция пьезоактюатора при поперечном пьезоэффекте с управле-

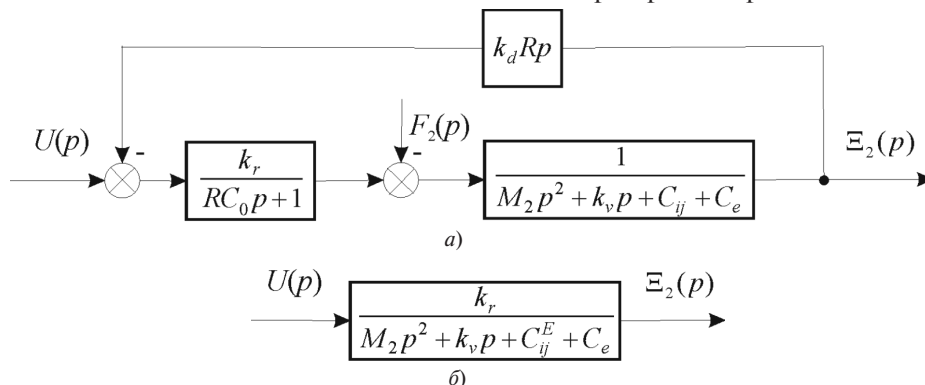


Рис. 5. Структурная схема с сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, при упруго-инерционной нагрузке, с управлением по напряжению: а – при конечном сопротивлении источника и нагрузки; б – при нулевом сопротивлении источника и нагрузки

нием по напряжению при $R=0$ и упруго-инерционной нагрузке имеет вид:

$$W(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{31}h/\delta}{(1+C_e/C_{11}^E)(T_t^2 p^2 + 2T_t\xi_t p + 1)},$$

где

$$T_t = \sqrt{M_2 / (C_{11}^E + C_e)};$$

$$\xi_t = \alpha h^2 C_{11}^E / (3c^E \sqrt{M(C_{11}^E + C_e)});$$

$$C_{11}^E = S_0 / (s_{11}^E h) = 1 / (\chi_{11}^E h);$$

$\Xi_2(p)$, $U(p)$ – преобразования Лапласа перемещения торца и напряжения на обкладках пьезоактюатора; δ , h – толщина и высота пьезоактюатора; T_t , ξ_t – постоянная времени и коэффициент затухания пьезоактюатора.

Для пьезоактюатора из пьезокерамики (ЦТС) при поперечном пьезоэффекте с управлением по напряжению и упруго-инерционной нагрузке для $M_1 \rightarrow \infty$, $n \ll M_2$, ступенчатом входном напряжении амплитудой $u_0 = 75$ В при $d_{31} = 2 \cdot 10^{-10}$ м/В, $h/\delta = 20$, $M_2 = 1$ кг, $C_{11}^E = 2 \cdot 10^7$ Н/м, $C_e = 0,5 \cdot 10^7$ Н/м получаем $\xi_0 = 240$ нм, $T_t = 0,2 \cdot 10^{-3}$ с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов И.П. Электромеханика – некоторые проблемы XXI века. – Изв. РАН. Энергетика, 2003, № 1, с. 154–157.
2. Ленк А. Электромеханические системы. Системы с сосредоточенными параметрами. М.: Мир, 1978, 286 с.
3. Schultz J., Ueda J., Asada H. Cellular Actuators. Oxford: Butterworth-Heinemann Publisher, 2017, 382 p.

4. Cady W.G. Piezoelectricity: An introduction to the theory and applications of electromechanical phenomena in crystals. New York, London: McGraw-Hill Book Company, 1946, 806 p.

5. Mason W. ed. Physical acoustics: Principles and methods. Methods and devices. New York: Academic Press, 1964, vol.1, part A, 515 p.

6. Афонин С.М. Структурно-параметрическая модель пьезо-преобразователя наноперемещений. – Доклады академии наук, 2008, т. 419, № 1, с. 47–53.

7. Afonin S.M. Structural-parametric model and transfer functions of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement. Chapter 9/Edit. I.A. Parinov. Piezoelectrics and Nanomaterials: Fundamentals, Developments and Applications. New York: Nova Science Publisher, 2015, pp. 225–242.

8. Никольский А.А. Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. М.: Энергоатомиздат, 1988, 160 с.

9. Панич А.Е. Пьезокерамические актюаторы. Ростов на Дону: Южный федеральный университет, 2008, 159 с.

10. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001, 576 с.

11. Афонин С.М. Структурно-параметрические модели пьезоактюаторов нано- и микроперемещений при продольном пьезоэффекте. – Электричество, 2016, № 11, с. 20–29.

12. Афонин С.М. Передаточные функции электромагнитоупругих актюаторов наноперемещений мехатронных систем. – Электричество, 2017, № 5, с. 40–45.

13. Afonin S.M. A structural-parametric model of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement of mechatronic system. Chapter 8/Edit.: Z. Bartul, J. Trenor. Vol. 19: Advances in Nanotechnology. New York: Nova Science Publisher, 2017, pp. 259–284.

14. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. СПб.: Профессия, 2013, 752 с.

[18.02.2019]

А в т о р: Афонин Сергей Михайлович – кандидат техн. наук, доцент, старший научный сотрудник Московского института электронной техники, кандидатскую диссертацию защитил в 1982 г.

Structural Diagrams of an Electroelastic Actuator for Nanomechatronic Systems

AFONIN Sergey M. (Moscow Electronic Technics Institute, Moscow, Russia) – Associate Professor, Senior Scientific Researcher, Cand. Sci. (Eng.)

The structural diagrams of an electroelastic actuator for nanomechatronic systems on the basis of the generalized piezoelectric effect and taking into account the counter EMF caused by the direct piezoelectric effect are defined. The structural-parametric models of electroelastic actuators for nanomechatronic systems under the conditions of transverse, longitudinal, shear, and generalized piezoelectric effects, and with control using the voltage or current feedback signals are obtained. The structural-parametric model and structural diagrams with feedbacks developed for the electroelastic actuators of nanomechatronic systems reflect the conversion of electrical energy into mechanical energy. The structural-parametric model and structural diagram of an electroelastic actuator are determined depending on the type of its control using the voltage or current feedback signal. The maximal forces and mechanical stresses developed by the piezo actuator of nanomechatronic systems under the conditions of transverse, longitudinal, shear, and generalized piezoelectric effects are determined. The piezo actuator's elastic compliance and stiffness values

under the conditions of transverse, longitudinal, shear, and generalized piezoelectric effects are determined depending on the type of control in a nanomechatronic system: using the voltage or current feedback signal. The transfer functions of piezo actuators under the conditions of transverse, longitudinal, shear, and generalized piezoelectric effects and with control using the voltage or current feedback signal are obtained.

Key words: electroelastic actuator, piezo actuator, mechatronics, strain, structural diagram, counter EMF, elastic compliance

REFERENCES

1. **Kopylov I.P.** *Izvestiya RAN. Energetika – in Russ. (News of Russian Academy of Sciences. Power Engineering)*, 2003, No. 1, pp. 154–157.
2. **Lenk A.** *Elektromekhanicheskiye sistemy. Sistemy s sosredotochennymi parametrami (Electromechanical systems. Systems with concentrated parameters)*. Moscow, Nir, 1978, 286 p.
3. **Schultz J., Ueda J., Asada H.** *Cellular Actuators*. Oxford: Butterworth-Heinemann Publisher, 2017, 382 p.
4. **Cady W.G.** *Piezoelectricity: An introduction to the theory and applications of electromechanical phenomena in crystals*. New York, London: McGraw-Hill Book Company, 1946, 806 p.
5. **Mason W. ed.** *Physical acoustics: Principles and methods. Methods and devices*. New York: Academic Press, 1964, vol.1, part A, 515 p.
6. **Afonin S.M.** *Doklady RAN – in Russ. (Reports of Russian Academy Sciences)*, 2008, vol. 419, No. 1, pp. 47–53.
7. **Afonin S.M.** Structural-parametric model and transfer functions of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement. Chapter 9/Edit.: I.A. Parinov. *Piezoelectrics and Nanomaterials: Fundamentals, Developments and Applications*. New York: Nova Science Publisher, 2015, pp. 225–242.
8. **Nikol'skiy A.A.** *Tochnye dvukhkanal'nye sledyashchiye elektroprivody s p'yezokompensatorami (Precise two-channel tracking electrodrives with piezo compensators)*. Moscow, Energoatomizdat, 1988, 160 p.
9. **Panich A.Ye.** *P'yezokeramicheskiye aktyuatory (Piezoceramic actuators)*. Rostov na Donu, South Federation University, 2008, 159 p.
10. **Polyanin A.D.** *Spravochnik po lineynym uravneniyam matematicheskoy fiziki (A handbook on the linear equations of mathematical physics)*. Moscow, Fizmatlit, 2001, 576 p.
11. **Afonin S.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2016, No. 11, pp. 20 – 29.
12. **Afonin S.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 5, pp. 40 – 45.
13. **Afonin S.M.** A structural-parametric model of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement of mechatronic system. Chapter 8/Edit.: Z. Bartul, J. Trenor. Vol. 19: *Advances in Nanotechnology*. New York: Nova Science Publisher, 2017, pp. 259–284.
14. **Besekerskiy V.A., Popov Ye.P.** *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya (The theory of automatic control systems)*. St. Petersburg, Professiya, 2013, 752 p.

[18.02.2019]